Orgaan van
de Nederlandse
Vereniging van
Wiskundeleraren

Vakblad
voor de
wiskundeleraar

64e jaargang
1988 | 1989
september

Euclides 1

Wolters-Noordhoff

● Euclides ● ● ● ●

Redactie

Euclides is het orgaan van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren. Het blad verschijnt 9 maal per cursusjaar.

Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren

Voorzitter Dr. Th. J. Korthagen, Torenlaan 12, 7231 CB Warnsveld, tel. 05750-2 34 17.
Secretaris Drs J. W. Maassen, Traviatastraat 132, 2555 VJ Den Haag.
Penningmeester en ledenadministratie F. F. J. Gaillard, Jorisstraat 43, 4834 VC Breda, tel. 076-65 32 18. Giro: 143917 t.n.v. Ned. Ver. v. Wiskundeleraren te Amsterdam.

De contributie bedraagt *f* 55,– per verenigingsjaar; studentleden en Belgische leden die ook lid zijn van de V.V.W.L. *f* 37,50; contributie zonder Euclides *f* 30,–.
Adreswijziging en opgave van nieuwe leden (met vermelding van evt. gironummer) aan de penningmeester.
Opzeggingen vóór 1 juli.

Inlichtingen over en opgave voor deelname aan de leesportefeuille (buitenlandse tijdschriften) aan F. M. W. Doove, Severij 5, 3155 BR Maasland.
Giro: 1609994 t.n.v. NVvW leesportefeuille te Maasland.

Artikelen/mededelingen

Artikelen en mededelingen worden in drievoud ingewacht bij drs M. C. van Hoorn, Postbus 9025, 9703 LA Groningen. Zij dienen machinaal geschreven te zijn en bij voorkeur te voldoen aan:
- ruime marge
- regelafstand van 2
- 48 regels per kolom
- maximaal 47 aanslagen per regel
- liefst voorzien van (genummerde) illustraties
- die gescheiden zijn van de tekst
- aangeleverd in zo origineel mogelijke vorm
- waar nodig voorzien van bijschriften

De auteur van een geplaatst artikel ontvangt kosteloos 5 exemplaren van het nummer waarin het artikel is opgenomen.

Abonnementen niet-leden

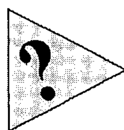
Abonnementsprijs voor niet-leden *f* 52,00. Een collectief abonnement (6 ex. of meer) kost per abonnement *f* 32,00.
Niet-leden kunnen zich abonneren bij:
Wolters-Noordhoff bv, afd. periodieken, Postbus 567, 9700 AN Groningen, tel. 050-22 68 86. Giro: 1308949.
Abonnees wordt dringend verzocht te wachten met betalen tot zij een acceptgirokaart hebben ontvangen.
Abonnementen gelden telkens vanaf het eerstvolgend nummer. Reeds verschenen nummers zijn op aanvraag leverbaar na vooruitbetaling van het verschuldigde bedrag.
Annuleringen dienen minstens één maand voor het einde van de jaargang te worden doorgegeven.
Losse nummers *f* 8,50 (alleen verkrijgbaar na vooruitbetaling).

Advertenties

Advertenties zenden aan:
Intermedia bv, Postbus 371, 2400 AJ Alphen a/d Rijn.
Tel. 01720-6 20 78/6 20 79. Telex 39731 (Samsy).

ISSN 01.65-0394

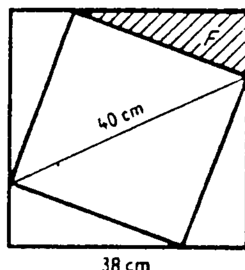
Inhoud



Denkopgaven

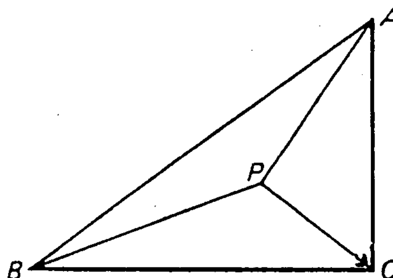
1a

Een vierkant, waarbinnen een ander vierkant. De hoekpunten van het tweede vierkant liggen op de zijden van het eerste.
Hoe groot is de oppervlakte van de gearceerde driehoek?



1b

Een rechthoekige driehoek ABC. $AC = 70$, $BC = 99$. Binnen driehoek ABC ligt een punt P zó dat de driehoeken ABP, BCP en ACP dezelfde oppervlakte hebben. Is driehoek ACP rechthoekig?



▶ Bij het begin van de 64e jaargang

Euclides als vakblad voor de wiskundeleraar

Wie dit nummer vergelijkt met de nummers van de vorige jaargang, zal zien dat de **vormgeving** gewijzigd is. Het belangrijkste in de nieuwe vormgeving is dat de artikelen zijn gerubriceerd. We menen hiermee tegemoet te komen aan wensen van onze lezers.
Inhoudelijk blijft evenmin alles bij het oude. We willen nadrukkelijk proberen over de beleidsmatige, vakinhoudelijke en vakdidactische ontwikkelingen te berichten die voor de Nederlandse wiskundeleraren van belang zijn.
We hopen dat Euclides zodoende zal fungeren als **vakblad voor de wiskundeleraar**. Deze ondertitel is voortaan te vinden op het voorblad.
Hierna zetten we uiteen welke plannen wij, als redactie gemaakt hebben.

De indeling in rubrieken

Op de **openingspagina** staat de inhoudsopgave. Van de langere artikelen is de inhoud kort weergegeven. Aldus willen we duidelijker maken wat er in een Euclides-aflevering te vinden is.
Na de openingspagina volgt de rubriek **Actualiteit**. In deze rubriek komen artikelen over onderwijs- en examenbeleid, komt nieuws van het Ontwikkelteam Wiskunde 12/16, komt de inhoud van circulaires van het Ministerie van Onderwijs en Wetenschappen, en verder al datgene wat rechtstreeks van belang kan zijn voor wiskundeleraren.
De rubriek **Bijdragen** is erg ruim van opzet. Naast een wiskundig getint artikel (waarvan er elke keer tenminste één wordt opgenomen), kan er een verscheidenheid aan artikelen in deze rubriek worden aangetroffen. De praktische bruikbaarheid van het gebodene achten wij daarbij van het grootste belang, al moeten uiteraard ook 'achtergronden' belicht worden. Ook voor vertaalde of bewerkte buitenlandse artikelen is plaats in deze rubriek.
Dan is er de rubriek **Auteurs in beeld**. Deze rubriek beslaat een één jaar durende serie artikelen, waarin auteurs van methoden vertellen over hun schrijfwerk.
De naam van de rubriek **Recreatie** spreekt voor zich. Onze mederedacteur P. G. J. Vredenduin verzorgt deze rubriek al meer dan 30 jaar!
In de rubriek **Verenigingsnieuws** tenslotte treft u al datgene aan wat het bestuur van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren u wil melden. In dit nummer staat een beschrijving van het programma van de jaarvergadering annex studiedag. Het belooft een boeiende en interessante dag te worden.

En voorts in elk nummer

Verspreid door elk nummer – maar, naar we hopen, goed te vinden – staan de volgende kleine rubrieken.
De **Boekbesprekingen** en de **Mededelingen** over cursussen, conferenties, examens en andere, alsmede de **Kalender** vormen vertrouwde lectuur. Overigens kan ook in de rubriek Actualiteit wel eens iets in mededelende zin staan, en in de rubriek Bijdragen kan een langere boekbespreking (een boekbeschouwing) staan.
Nieuw zijn de **Denkopgaven**, waarvan in elk nummer twee stuks voorkomen, een a-opgave en een b-opgave. De b-opgave is (waarschijnlijk) moeilijker dan de a-opgave. In nummer 9 van deze jaargang worden de oplossingen gegeven. De Denkopgaven zijn afkomstig uit het boek van Paul Eigenmann: Geometrische Denkaufgaben.

Nieuw is ook de **Shortliner**, waarvan in elk nummer één wordt opgenomen. We danken veel shortliners (korte computerprogramma's) aan D. Kok, die in de vorige jaargang de mogelijkheden voor computergebruik in de wiskundelessen heeft beschreven. De shortliners zijn geschreven in GWBasic.
Nieuw zijn tenslotte de **Werkbladen**, die op de middenpagina's staan. Ze kunnen rechtstreeks gekopieerd worden voor gebruik in de klas.
Aan het opnemen van de shortliners en de werkbladen is een wedstrijd verbonden, waarover hierna meer.

Een wedstrijd

We weten – iedereen weet het – dat er door heel veel wiskundeleraren in allerlei klassen zelf gemaakte werkbladen gebruikt worden. We weten ook dat er meer en keer korte programma's ontwikkeld worden. Jammer is het, dat zoveel lesmateriaal onbekend blijft voor al de andere wiskundeleraren. De **wedstrijd** die we hierbij uitschrijven gaat, naar we hopen, in deze leemte voorzien.
We nodigen bij dezen iedere lezer van ons blad uit werkbladen en/of shortliners in te zenden die opgenomen kunnen worden in Euclides. De beste inzendingen worden door ons geplaatst. Dat is de prijs!
Inzendingen graag aan het redactie-adres: Euclides, Postbus 9025, 9703 LA Groningen.
De in te zenden werkbladen of shortliners moeten afgedrukt kunnen worden **op één pagina in Euclides**, en er moet bij worden vermeld **voor welke klas(sen)** ze geschikt geacht worden. Shortliners moeten geschreven zijn in GWBasic.
Van maand tot maand zullen we de binnengekomen inzendingen bekijken, en dan een selectie maken voor Euclides. Werkbladen of shortliners die eenmaal ingezonden zijn, maar (nog) niet geselecteerd, doen ook de volgende maand weer mee.
Prijswinnaars krijgen persoonlijk bericht.
We zullen enige malen een **thema** opgeven voor een in te zenden werkblad. Werkbladen die over het genoemde thema gaan, maken een grotere kans op uitverkiezing. Het eerste thema is: **Rekenen met geld**.

Wensen

De wedstrijd – hiervoor beschreven – beoogt u, als lezer, nauwer te betrekken bij de inhoud van Euclides. We vinden het van groot belang dat iedere wiskundeleraar voldoende van zijn/haar gading aantreft in Euclides.
Anderzijds vinden we dat Euclides hèt medium is voor wiskundeleraren die iets over hun werk willen vertellen, die hun didactische opvattingen naar voren willen brengen, of die hun opinie over leerplannen of examens willen geven.
De inbreng van u, als lezer, vinden we derhalve van groot belang.
Als vanouds geldt dus dat reacties of bijdragen van uw hand door ons gaarne ingewacht worden!

Redactie

Dit jaar verlaten Willem van Gaans en Cor Nagtegaal de redactie. Hun inbreng is voor ons altijd belangrijk geweest. We zeggen hen dank voor het werk dat ze voor Euclides deden.
Nieuw in de redactie zijn Agnes Verweij (werkzaam aan een universitaire lerarenopleiding), Klaas Lakeman (werkzaam in het havo-vwo) en.... We heten hen van harte welkom!
We hopen op voortzetting van de goede samenwerking met het bestuur van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren en met de uitgever.
Tenslotte wensen we onze lezers een goed schooljaar 1988-1989.

De redactie

▶ Hoe gaat het nu met de Hawex?

M. C. van Hoorn

De Hawex-commissie

Op 1 februari 1984 installeerde de Staatssecretaris van Onderwijs, mevrouw Ginjaar-Maas, de werkgroep die advies moest uitbrengen over de herziening van het examenprogramma voor de wiskunde in het havo. Deze werkgroep werd bekend als de *Hawex-commissie* (Hawex = Havo-wiskunde-examenprogramma's). Het lag voor de hand dat zo'n commissie werd ingesteld, aangezien een soortgelijke commissie – de Hewet-commissie – had gerapporteerd over de vwo-examenprogramma's. Die geschiedenis is bekend; in 1987 zijn voor het eerst op alle vwo-scholen wiskunde A en wiskunde B centraal geëxamineerd.
In mei 1985 bracht de Hawex-commissie voorlopig verslag uit, waarna een inspraakronde werd gehouden. Het eindrapport van de Hawex-commissie verscheen in januari 1986.

Het rapport van de Hawex-commissie

In het eindrapport van de Hawex-commissie werd aanbevolen over te gaan tot de invoering in het havo van wiskunde A, algemeen vormend en maatschappij-gericht, met (I) tabellen, grafieken en formules, (II) matrices en netwerken, en (III) statistische methoden, en wiskunde B, gericht op vervolgopleidingen met wiskunde als zelfstandig vak, met (I) toegepaste analyse en (II) ruimtemeetkunde. Bij zowel wiskunde A als wiskunde B in het havo moet automatische gegevensverwerking een integrerend bestanddeel van de leerstof zijn.
De voorlopige programma's zijn gepubliceerd, als aanvulling op het vademecum, in Euclides 63-4 (januari 1988). Deze programma's werden door de inspectie opgesteld en weken op enkele punten af van het eindrapport van de Hawex-commissie.
De Hawex-commissie adviseerde voorts:
– uit te gaan van 9 wekelijkse lesuren in de bovenbouw (dus bijvoorbeeld 5 lesuren in havo-4 en 4 lesuren in havo-5);
– in augustus 1987 te starten met een experiment op een klein aantal scholen;
– een ontwikkelteam en een begeleidingsgroep te vormen;
– voor nascholing **(in docententijd)** zorg te dragen;
– te gaan werken aan de ontwikkeling van een nieuw leerplan voor mavo en onderbouw havo-vwo.

Beslissingen

De Staatssecretaris besloot om in 1987 te starten met een Hawex-experiment op 3 scholen, te weten:
– de S.G. Oostergo te Dokkum;
– het Strabrecht-college te Geldrop;
– het College De Klop te Utrecht.
Hiervan was het Strabrecht-college destijds ook Hewet-experimenteerschool. Docenten van de S.G. Oostergo en het Strabrecht-college (respectievelijk A. Roodhardt en H. van de Kooij) vormen samen met M. Kindt, J. de Lange en H. B. Verhage van het O.W. & O.C. te Utrecht het *Ontwikkelteam*. Zij schrijven leerteksten in de vorm van hoofdstukken, katernen en dergelijke, die vervolgens op de 3 scholen door de leerlingen doorgenomen moeten worden.
Daarnaast is een *Resonansgroep* in het leven geroepen. In de Resonansgroep hebben zitting: W. Kleijne (CEVO, tevens ex-voorzitter Hawex-commissie), H. N. Schuring (Cito, tevens ex-secretaris Hawex-commissie), M. Kindt (O.W. & O.C., te-

vens leider van het Ontwikkelteam), vertegenwoordigers van het hbo, van auteursgroepen, van Vrouwen & Wiskunde en van het Ministerie van Onderwijs en Wetenschappen. De Resonansgroep moet geregeld contact onderhouden met het Ontwikkelteam. De bedoeling is onder meer, dat de betrokken auteursgroepen tijdig geïnformeerd zijn over de resultaten van de experimenten. Dit laatste was zeer nodig, doordat de Staatssecretaris besloot om wiskunde A en wiskunde B in het havo reeds in 1989 landelijk in te voeren, daarmee voorbijgaand aan het advies van de Hawex-commissie zulks in 1990 te doen.
In het najaar van 1987 is zij op deze beslissing teruggekomen. Hierdoor is er (iets) meer gelegenheid de resultaten van de experimenten te evalueren.

Invoeringsschema

Het thans geldende invoeringsschema ziet er als volgt uit:
- 3 scholen (hiervoor genoemd) beginnen in 1987 in havo-4;
- 22 andere scholen beginnen in 1989 in havo-4;
- in 1990 worden in het havo wiskunde A en wiskunde B landelijk ingevoerd.

Verder uitstel is om een aantal redenen ongewenst. Onder meer is het voor de 3 experimenteerscholen ongewenst dat hun leerlingen àl te lang een programma volgen dat (nog) nergens elders wordt gegeven; het vervolgonderwijs moet dan àl te lang rekening houden met de verschillende programma's.
Verder uitstel is echter niet onmogelijk, vooral doordat er een link wordt gelegd met de geplande uitbreiding van het aantal examenvakken en met de voorgestelde verplichting wiskunde in het pakket te hebben.
Bijstelling van het gepubliceerde voorlopige programma ligt enigszins voor de hand – de experimenten moeten duidelijk maken of zulks wenselijk is – maar òf er bijstelling plaats vindt en, zo ja, wanneer, dat is momenteel niet duidelijk.

De 22 scholen

Zoals gezegd zullen in 1989 22 andere scholen de 3 eerste experimenteerscholen volgen. De geselecteerde scholen zijn aan elkaar gekoppeld, dat wil zeggen dat ze met elkaar samenwerken bij de experimentele invoering van wiskunde A en wiskunde B. Drie scholen (de scholen met de nummers 20, 21 en 22 op bijgaande lijst) zijn gekoppeld aan de 3 eerste experimenteerscholen. De overige 19 scholen vormen koppels van 2 of 3 scholen, waarbij in elk koppel tenminste één school zit die ook al Hewet-experimenteerschool was (in bijgaande lijst zonder sterretje).
De nieuwe experimenteerscholen zijn in de lijst voorzien van een sterretje. Bij deze groep zijn vertegenwoordigd: categoraal havo, mavo-havo-combinaties, havo/mbo, volwassenenonderwijs e.a. Daarnaast is uiteraard gelet op geografische spreiding en op denominatie. De lijst ziet er als volgt uit:

1	Zevenaar	Liemers-College
2*	Zevenaar	Andreas Scholengemeenschap
3	's-Hertogenbosch	Jeroen Boschcollege
4*	Boxtel	Bracbant-h.a.v.o.
5*	Middelharnis	scholengemeenschap Prins Maurits
6	Waalwijk	Willem van Oranje-College
7	's-Gravenhage	St. Janscollege
8*	Leerdam	Prins Willem-Alexanderschool
9	Alkmaar	Rijksscholengemeenschap Noord-Kennemerland
10*	Alkmaar	't Middelhof
11	Haarlem	Schoterlyceum
12*	Castricum	Jac. P. Thijsse scholengemeenschap
13*	Hoensbroek	Broekland-College
14	Kerkrade	St. Antonius Doctor-College
15*	Emmen	scholengemeenschap De Dissel
16	Zwolle	Rijksscholengemeenschap
17*	Hardenberg	scholengemeenschap Jan van Arkel
18	Groningen	Rölingcollege
19*	Stadskanaal	Openbare Scholengemeenschap Stadskanaal
20*	Eindhoven	Endehoven (samenwerking met Strabrecht)
21*	Franeker	scholengemeenschap Anna Maria van Schurman (samenwerking met Oostergo)
22*	Utrecht	St. Gregorius havo/mavo (samenwerking met De Klop)

●

Wiskunde verplicht?

Tijdens het schooljaar 1987-1988 is officieel aangekondigd dat in 1990 nieuwe vakkenpakketeisen zullen worden ingevoerd. Dit betekent dat in mavo, havo en vwo het aantal vakken met één moet worden uitgebreid, terwijl bovendien onder andere een wiskunde-vak in havo en vwo verplicht zou moeten zijn. Dit laatste kan pas als wiskunde A in het havo is ingevoerd.
Maar ook omgekeerd zijn er argumenten om de invoering van wiskunde A en B in het havo te laten afhangen van de uitbreiding van het aantal examenvakken. Als immers een havo-leerling zowel wiskunde A als wiskunde B kiest, dan zou die leerling naast Nederlands en Engels nog slechts twee andere vakken kunnen kiezen. Dit speelt vooral voor havo-leerlingen die naar een bepaalde, 'harde', vervolgopleiding, zoals het heao, willen; over de doorstroming naar het hbo straks meer.
Als we aannemen dat alles volgens plan verloopt, dan wordt dus in 1990 wiskunde A of B in het havo verplicht en tegelijk wordt het aantal examenvakken met één uitgebreid. De scholen krijgen voor de uitbreiding van het aantal vakken geen extra lesuren. Wat er vervolgens terecht komt van de 9 lesuren voor elk van de wiskundevakken in de bovenbouw kunnen we wel raden. Dit onderdeel van het advies van de Hawex-commissie lijkt geen realiteit te zullen worden. Hier ligt alvast een aandachtspunt voor de Resonansgroep. De huidige experimenteerscholen hebben overigens – tijdelijk – wel extra uren.

De doorstroming vanuit het mavo

Veel havo-4-leerlingen komen uit havo-3. Dat is logisch. Daarnaast komt een aanzienlijk deel van de havo-4-leerlingen uit het mavo. Deze mavoleerlingen kunnen in een moeilijke situatie komen te verkeren door de volgende oorzaken:
– het examenprogramma mavo vormt een lang niet ideale voorbereiding op de nieuwe havoprogramma's. Dit probleem wordt voorlopig niet opgelost. De C.O.W. oriënteert zich onder meer op dit probleem.
– desalniettemin vindt de Staatssecretaris dat mavo-leerlingen die doorstromen naar het havo en daar wiskunde A of B kiezen ook de mavo-wiskunde moeten hebben gehad. Dit betreft, als wiskunde in het havo verplicht wordt, dus àl deze doorstromers.
De Staatssecretaris verwacht dat de leerlingen die vanuit het mavo naar het havo willen doorstromen zelf zo verstandig zijn wiskunde in hun mavopakket op te nemen, schrijft ze. Dat is aardig. Maar: hoeveel mavo-leerlingen weten aan het eind van de tweede klas of ze naar het havo willen? Een deel van de mavo-leerlingen volgt in de derde klas al geen wiskunde meer. In de vierde klas is die groep uiteraard nog groter. Een grotere 'belangstelling' voor wiskunde lijkt in het verschiet te liggen.
Er is voor de leerlingen die nu, in 1988, naar de derde klas mavo gaan een verheugende mededeling, gedaan door de voorzitter van de Resonansgroep op enkele zgn. inspectievergaderingen (niet in het blad Uitleg van het Ministerie gepubliceerd): deze leerlingen krijgen, als ze in 1990 naar het havo gaan, ontheffing van het verplicht opnemen van wiskunde A of B in het havo-pakket.

De doorstroming naar hbo en vwo

De havo-leerlingen die naar het heao willen moeten volgens de Hawex-commissie wiskunde B kiezen (immers: wiskunde B is voor de leerlingen die een vervolgopleiding kiezen waar wiskunde een verplicht vak is).
Gelet op de voorlopige examenprogramma's zouden ze zowel wiskunde A als wiskunde B moeten volgen:
– wiskunde A vanwege matrices en netwerken, en statistiek;
– wiskunde B vanwege de analyse;
hiermee is overigens niet gezegd dat – bijvoorbeeld – ruimtemeetkunde voor zulke heao-klanten zonder nut zou zijn.
Ook de vwo-leerlingen die economie willen studeren moeten eigenlijk 'dubbel' kiezen. Hewet-commissie noch Hawex-commissie hebben een dergelijke wenselijkheid om dubbel te kiezen weten te

vermijden. Nu komt in het vwo dubbel kiezen vrij veel voor. Als er in het havo 7 vakken komen moet ook daar dubbel kiezen goed mogelijk zijn. Als het bij 6 vakken blijft betekent dubbel kiezen dat er naast Nederlands, een moderne vreemde taal en wiskunde A en B nog slechts ruimte is voor twee andere vakken; voor sommige vervolgopleidingen (zoals heao, technische of agrarische bedrijfskunde) is dat niet bepaald overdadig. Voor een betere doorstroming naar het 'harde' hbo lijkt uitbreiding van het aantal examenvakken inderdaad wel wenselijk!
Als het gaat over doorstroming naar het vwo blijken er eveneens programmatische problemen te zijn. Een interessante vraag is bijvoorbeeld: kan een leerling vanuit het havo met wiskunde A doorstromen naar vwo-5 en daar wiskunde A kiezen? Deze vraag ligt voor de hand, omdat in het havo-A-programma niet de techniek van het differentiëren zit, terwijl leerlingen die in vwo-5 wiskunde A kiezen worden geacht de techniek van het differentiëren in vwo-4 te hebben leren kennen. Nu is differentiëren heel wat meer dan alleen een aantal technieken gebruiken, maar enige zorg omtrent een goede aansluiting van vwo op havo lijkt zeker op zijn plaats. Het is bovendien niet zo dat de techniek van het differentiëren wat dit betreft het enige voorbeeld vormt van een problematische aansluiting. In vwo-4 zijn ook de sinusfunctie en de cosinusfunctie (inclusief het werken met radialen), machten met gebroken of negatieve exponenten en logaritmen ingevoerd, allemaal zaken die in het havo-A-programma niet voorkomen.
Uiterlijk in 1989 moet er voor doorstromers van havo naar vwo, met wiskunde A in beide onderwijssoorten, een oplossing klaar liggen, zou je zo zeggen.

Meisjes en wiskunde

De Staatssecretaris heeft de Hawex-commissie nadrukkelijk gevraagd aanbevelingen te doen betreffende 'de wenselijkheid dat meisjes meer dan voorheen het vak wiskunde volgen dan thans het geval is' (wie deze regel gaat analyseren stuit op een pleonasme?). In de adviezen van de Hawex-commissie wordt daarover weinig gezegd. In het eindrapport, in de paragraaf 'Wiskunde voor allen', staat een alinea over dit onderwerp.
De Hawex-commissie verklaart daarin, dat zij oor heeft gehad voor de waarschuwing van de Staatssecretaris, dat één van de programma's (dat wil zeggen: wiskunde A) niet een 'meisjesvak' mag gaan worden. Om deze reden legt de Hawex-commissie de nadruk op 'Wiskunde voor allen'; de concrete uitwerking zal niet af te lezen zijn uit de examenprogramma's, maar veeleer uit de manier waarop men ermee in het onderwijs om zal gaan. Een zekere beïnvloeding door middel van experimentele leerlingenteksten en voorbeelden van leerstof is natuurlijk mogelijk, hetgeen in het eindrapport niet of uiterst beperkt tot uitdrukking kan komen. Afwachten, dus.

De uitvoering van de experimenten

De leden van het Ontwikkelteam, voornoemd, schrijven leerteksten in de vorm van pakketjes. Deze worden op de eerste 3 experimenteerscholen aan de A- respectievelijk B-leerlingen voorgelegd. Een bijzonderheid is, dat de havo-leerlingen op deze scholen niet tegelijk wiskunde A en wiskunde B mogen volgen. Deze situatie kan niet blijvend zijn. In 1988 zal in de nieuwe havo-4-klassen op de 3 scholen echter nog steeds de combinatie wiskunde A + wiskunde B verboden zijn. Aan de Resonansgroep wordt voorgelegd hoe de experimenten verlopen, dat wil zeggen welke leerstof en/of leerstofpresentatie op moeilijkheden stuit, welke dingen niet volgens verwachting verlopen, enz. Binnen de Resonansgroep bestaat enige onvrede over de rapportage door het Ontwikkelteam. Het is blijkbaar lastig over te brengen 'hoe het nu werkelijk gaat in de klassen'.
Feit is, dat de leerlingen met wiskunde B ongeveer dezelfde leerlingen zijn (op een aantal na) die 'anders' ook wel wiskunde zouden hebben gekozen. De leerlingen met wiskunde A zouden 'anders' grotendeels geen wiskunde hebben gekozen; deze groep stelt de ontwikkelaars en de betrokken docenten voor verscheidene problemen, een zaak waarop we in een volgend artikel nader in willen gaan.
Verder zijn er op de 3 scholen ook leerlingen die in 't

geheel geen wiskunde hebben gekozen, geen B en geen A. Dit kwam mede, doordat mavo-instromers niet steeds de mogelijkheid geboden werd wiskunde A te volgen.
Aldus blijkt dat er ten behoeve van de experimenten voorzichtigheid in acht genomen wordt, ten einde een zo zuiver mogelijk beeld te krijgen. Anderzijds is het verkregen beeld juist onzuiver te noemen, daar immers allerlei speciale voorwaarden zijn geschapen. Een volgende keer hopen we te berichten over enkele voorlopige resultaten van de experimenten, en over de inhoud van de pakketjes.

Experimentele schoolonderzoeken en examens

Inmiddels is afgesproken dat de 3 eerste experimenteerscholen elk drie keer een schoolonderzoek zullen afnemen:
– het eerste SO is een 'normaal' schriftelijk SO, dat omstreeks de herfstvakantie wordt afgenomen; het beslaat de stof die in havo-4 is behandeld;
– het tweede SO wordt anders van opzet; voor wiskunde A wordt gedacht aan een werkstuk (een zgn. thematisch SO); voor wiskunde B wordt gedacht aan een mengvorm tussen een thematisch SO en een aantal opgaven, waarvan een deel met behulp van de computer opgelost moet worden; de rol van de computer, zowel bij wiskunde A als bij wiskunde B, staat nog ter discussie (er moet bijvoorbeeld rekening gehouden worden met het aantal beschikbare computers);
– het derde SO is weer 'traditioneel'; het wordt aan het eind van het schooljaar afgenomen (zoals bekend is het 'eind' van het schooljaar in een examenklas: omstreeks april); dit derde SO zal op examenniveau liggen.

De bedoeling is dat op de 3 scholen het SO gemeenschappelijk wordt afgenomen. Uiteraard zal ook het experimentele examen gemeenschappelijk worden afgenomen.
In een volgend artikel hopen we meer informatie te kunnen geven over SO en examen op de experimenteerscholen. Met name het tweede SO zal dan onze aandacht krijgen.

Nascholing

Het Ministerie gaat er tot nu toe van uit dat een Hawex-nascholing gefinancierd moet worden uit de gewone nascholingsbudgetten. Aldus moet de Hawex-nascholing ten koste gaan van andere vormen van nascholing.
Inmiddels zijn er, ondanks de financiële nood die er is, plannen opgesteld voor de Hawex-nascholing. De docenten van de 22 volgscholen (de scholen die voorkomen op de bijgevoegde lijst) worden in het schooljaar 1988-1989 nageschoold door het Hawex-ontwikkelteam; docenten van de scholen met een * krijgen een lange cursus, docenten van scholen zonder * krijgen een korte cursus. Voor alle andere scholen gaat het soortgelijk: docenten van scholen die wel een havo- maar geen vwo-afdeling bezitten krijgen een lange cursus, docenten van de resterende scholen (die Hewet-ervaring hebben) krijgen een korte cursus. Dit zal lopen in het kalenderjaar 1989 en worden verzorgd door de U.L.O.'s (Universitaire Lerarenopleidingen) en een N.L.O. Naast deze gecoördineerde nascholing zal er vermoedelijk door de U.L.O.'s en N.L.O.'s nog wel iets extra's aan Hawex-cursussen worden aangeboden. Men lette op de aankondigingen in dit blad!
Als het allemaal doorgaat, lijkt het met de Hawex-nascholing toch goed te komen.

Slot

In dit artikel zijn vooral beleidsmatige en organisatorische aspecten van de Hawex besproken.
Over de inhoudelijke aspecten moet het een volgende keer gaan. Ten aanzien van deze zaken zijn zeker bijstellingen te verwachten – daar dienen de experimenten voor.
Dàt er wiskunde A en wiskunde B in het havo komt, dàt staat vast.

▶ Kolom 

George Schoemaker

In het team W 12/16 werken we aan een nieuw leerplan dat niet propvol mag zitten. Er moet vrije ruimte zijn voor de actualiteit, voor eigen produkties van de docent, voor deelname aan projecten, voor andere wijzen van toetsen die meer dan de gewone tijd nemen. Vrije ruimte waardoor het wiskundeonderwijs op een school een eigen gezicht kan krijgen. Als je in het wiskundeonderwijs leerlingen de noodzakelijke ruimte geeft voor eigen vondsten, voor eigen oplossingen dat moet je die ruimte ook aan de docenten geven. Niet alle wiskundeonderwijs valt zodoende onder het regiem van de centrale toetsing.
Dit standpunt hangt samen met een andere opvatting dat we er beter aan doen ervoor te zorgen dat leerlingen weinig wiskunde goed beheersen dan van veel wiskunde oppervlakkig wat weetjes kennen en weinig echt beheersen.
Vooral op mavo en lbo leidt het huidige C/D programma tot een race tegen de klok die wordt afgesloten met een examen waarin voor de leerling de tijd ook weer een belangrijke rol speelt.
De legitimering van dit standpunt binnen het team heeft al lang plaats gehad maar het proces van legitimering naar buiten toe moet nog gebeuren. Met de algemene bewering dat vrije ruimte een schone zaak is zullen de meeste mensen die betrokken zijn bij het wiskundeonderwijs wel in kunnen stemmen maar zodra dit idee ook gestalte krijgt in een concreet voorliggend raamplan zijn de honden los.
Ook binnen het team leidt het gedurig tot strijd op het moment dat deze opvatting leidt tot een concrete keuze zoals bij voorbeeld: dus we doen niet de sinusregel in het voorstel voor een raamplan.
Naast deze vrije ruimte hebben we tijd nodig om iets te doen aan de rekenvaardigheid van onze leerlingen. In het basisonderwijs hebben leerlingen veel tijd besteed aan rekenen. Elke wiskundedocent weet uit ervaring dat nieuw geleerde begrippen en vaardigheden af en toe terug moeten komen. 'Onderhoud' van het geleerde is een belangrijke component van elk onderwijs. Wat doen we in het voortgezet onderwijs met rekenvaardigheden van onze leerlingen? Een aantal leerlingen komt binnen met een goede bagage, maar wat doen we aan onderhoud? Er zijn ook velen met een schamele bagage. De docent is al blij als vandaag $7 \times 9 = 65$ want gisteren was het 54. De beleidsmakers hebben daarop een duidelijk antwoord: 'Laat ons eindtermen maken.' Ingegeven door de gedachte dat wat je precies opschrijft op den duur werkelijkheid wordt. We geloven niet dat de leerlingen van de basisschool na de vastlegging van de eindtermen daaraan zullen voldoen. Je kunt hopen dat op den duur...
Voorlopig stromen er door de toelatingsprocedure nog cohorten waarvan voor een groot aantal leerlingen eindtermen slechts horizontermen zijn.
Vrije ruimte betekent naar de mening van het team W12/16 niet de noodzakelijke tijd voor onderhoud van het geleerde. Onderhoud hoort bij het onderwerp. Vrije ruimte is noodzakelijk om de onderwerpen te laten functioneren. Vrije ruimte maakt zingeving van de wiskunde mogelijk. Vrije ruimte is het gezegde in de zin van de wiskunde.
Is 'vrije ruimte' voor leerplanontwikkelaars en onderzoekers net zo'n woord als eindtermen voor beleidsmakers?

▶ Programmeren en probleemoplossen

N. J. M. Commandeur

Dat een computer nuttig gebruikt kan worden in ons onderwijs lijkt aan weinig twijfel onderhevig. Hoe dat kan gebeuren, is een andere vraag, waarop uiteenlopende antwoorden mogelijk zijn. Ik wil in dit artikel aandacht vragen voor een vorm van computergebruik die door het onvolprezen NIVO-project enigszins naar de achtergrond lijkt te verdwijnen: het ondersteunen van het gestructureerd met problemen leren om te gaan, door middel van de discipline die het gebruik van de programmeertaal Elan je oplegt.
Behalve als object kan een computer als medium dienen bij onze activiteiten in de klas. Verschillende niveaus van onderwijs stellen daar uiteenlopende eisen aan. Er is nogal wat verschil tussen vwo en lbo, tussen een brugklas en een examenklas. In elk geval zou je een computer kunnen gebruiken om sommige vaardigheden te oefenen, of om bepaalde begrippen te illustreren. Ook kan bepaalde lesstof door de computer 'onderwezen' worden, en kunnen situaties gesimuleerd worden om als uitgangspunt voor de les te dienen of om het geleerde toe te passen. Daarnaast zijn er toepassingen als tekstverwerker, database en spreadsheet, elk met hun eigen, nieuwe mogelijkheden die hun plaats in het reguliere onderwijs aan het innemen zijn.

Onderwijsdoelen

Alle vakken die in het voortgezet onderwijs onderwezen worden dienen één of meer onderwijsdoelen. Het is een hachelijke zaak om deze te expliciteren, temeer daar verschillende denominaties verschillende prioriteiten kennen. Niettemin lijkt mij dat er een aantal meer of minder scherp te omlijnen doelen zijn die algemeen als onderwijsdoel aanvaard worden. Leren probleemoplossen bijvoorbeeld. De associatie met exacte vakken ligt voor de hand, maar het is moeilijk in een enkel vak onder te brengen. Evenzeer is het moeilijk om binnen een vak structurele overeenkomsten tussen problemen uit verschillende vakken te behandelen. En toch zijn we het er wel over eens dat het verstandig leren omgaan met problemen, en het ontwikkelen van technieken om ermee om te gaan belangrijk is.

Stroomdiagrammen

Programmeren is het in een nauwkeurig omschreven vorm brengen van een reeks opdrachten aan een computer die de oplossing vormen van een probleem. Welke vorm hangt af van de programmeertaal, en daar is een ruime keuze in. Sommige talen blinken uit door snelle programma's, andere door faciliteiten om bestanden te manipuleren. Sommige talen schrijven een vorm voor die weinig toelichting vereist, andere zijn zo cryptisch dat zelfs de programmeur zonder aantekeningen en een goed geheugen in problemen kan komen. Vandaar dat bij het leren programmeren grote aandacht gegeven wordt aan het los van de programmeertaal in beeld brengen van de oplossingsmethode. Er zijn verschillende diagrammen waarmee dit kan gebeuren, het bekendst zijn wellicht de stroomdiagrammen of flow charts. Het nadeel hiervan is dat dit weer een nieuwe discipline is die moet worden geleerd, en die wel eens een eigen leven zou kunnen gaan leiden.

Probleemaanpak

Het zal de lezer bekend zijn dat jongelui – en niet alleen jongeren – bij het oplossen van een wiskundeprobleem nogal eens als volgt te werk gaan:

Kijk naar de opgave tot je iets vindt waar je aan kunt gaan rekenen.
Reken daarmee net zolang tot je iets vindt dat wel het goede antwoord zal zijn.

In menig studieboek voor het voortgezet onderwijs wordt dit ongewild gemakkelijk gemaakt. De opgaven zijn nogal eens consequent zorgvuldig per onderwerp gerangschikt en de gegevens nauwkeurig gedoseerd en geformuleerd. Bovendien worden ze vaak zodanig uitgesplitst dat bovenstaande werkwijze, eventueel met behulp van een uitgewerkt voorbeeld inderdaad tot het goede antwoord leidt. De invoering van wiskunde A en B lijkt veelbelovend in dit verband, maar probleemoplossen is niet specifiek iets wiskundigs. Bovendien speelt deze splitsing zich pas af in de bovenbouw.

Taart en raaklijn

Ik wil nu proberen met enkele voorbeelden duidelijk te maken dat het anders kan. Eerst een voorbeeld uit het leven gegrepen, daarna een wiskundig probleem. In beide voorbeelden volg ik de syntax van de programmeertaal Elan.
Het kost mij altijd moeite om met een kookboek om te gaan. Pas sinds ik het recept voor verjaardagstaart in een voor mij gemakkelijke vorm noteerde gaat het mij wat beter af. Ik laat u het resultaat als voorbeeld zien:

verjaardagstaart:
  zet de ingrediënten klaar;
  maak het beslag en bak dit in de oven;
  werk de taart af.

zet de ingrediënten klaar:

3 eieren;	50 gram boter;
250 gram suiker;	1 dl. water;
200 gram bloem;	1 appel;
1 theelepel bakpoeder;	1 banaan;

  twee soeplepels witte basterdsuiker;
  250 ml. slagroom.

maak het beslag en bak dit in de oven:
  springvorm van binnen met boter insmeren;
  verwarm de oven op 180 graden;
  eieren en suiker een kwartier lang kloppen met een mixer;
  het water even aan de kook brengen;
  de boter door het water mengen;
  boter en water toevoegen zonder verder te kloppen;
  bakpoeder en bloem mengen en zeven;
  bloem en bakpoeder voorzichtig door het mengsel scheppen;
  beslag in de vorm doen en in de oven zetten;
  bak de taart in ongeveer 45 minuten op 180 graden.

werk de taart af:
  haal de taart voorzichtig uit de vorm;
  snijd de taart in twee of meer plakken;
  maak een vulsel van geraspte appel en geprakte banaan;
  klop de slagroom met de basterdsuiker;
  verdeel het vulsel over de onderste helft van de taart;
  smeer de onderkant van het deksel met slagroom in;
  helften op elkaar;
  bovenkant en zijkant met slagroom insmeren;
  taart opspuiten met slagroom naar eigen ontwerp.

Dit recept is ver in details uitgewerkt. De aantekeningen van mijn vrouw zijn heel wat beknopter. Maar voor een culinaire leek zoals ik is dit wel nodig.
Nu het tweede voorbeeld. Hier bevind ik me op vertrouwder terrein, en ik zal het daarom niet helemaal uitwerken.
Stel de vergelijking op van de cirkel met middelpunt $M(0, 6)$ die de lijn l: $2x - 3y + 14 = 0$ raakt.

Oplossing:
  stel een vergelijking op van een cirkel met middelpunt M;
  bepaal de afstand van punt M tot lijn l;
  substitueer deze afstand in de cirkelvergelijking.

bepaal de afstand van punt M tot lijn l:
  schrijf de afstandsformule van punt en lijn op;
  substitueer de coördinaten van M en de vergelijking van l;
  werk de formule uit.

Opsplitsen in deelproblemen

Kenmerkend voor deze twee voorbeelden is het eerst in hoofdlijnen aangeven wat er moet gebeuren. Die hoofdlijnen worden dan in een tweede stadium uitgewerkt. Aan de details van de oplossing wordt in eerste instantie geen aandacht geschonken. Het probeem wordt in deelproblemen gesplitst, die elk afzonderlijk kunnen worden aangepakt. Indien nodig kan dit uiteenrafelen herhaald worden voor de deelproblemen.
Het is natuurlijk niet noodzakelijk om op deze manier te werk te gaan. Maar ik denk dat het de structuur van de oplossing blootlegt. Als een tweede opgave gemaakt moet worden van eenzelfde type dan valt de overeenkomst onmiddellijk op. Als hierop gewezen wordt, gaan leerlingen denken over het probleem in plaats van over het rekenwerk. Het is me overkomen dat tijdens de behandeling op deze wijze van een hoofdstuk in 5 havo uit de klas de opmerking kwam dat die opgaven allemaal op elkaar leken...

Onderwijsprogrammeertaal

Maar wat heeft dit nu met 'programmeren' te maken? Wel, in wezen is dat ook probleemoplossen. Alleen gebeurt de analyse van het probleem en het bedenken van de oplossingsstrategie meestal buiten het programma. Vaak worden hiervoor schema-technieken gebruikt. Daarom lijkt gewoon programmeren voor ons onderwijs maar van beperkte betekenis te kunnen zijn. De voorbeelden hierboven zijn echter uitgewerkt volgens de discipline van de onderwijsprogrammeertaal Elan. De oplossing zou inderdaad een Elan-programma kunnen zijn, zij het dat het niet volledig is, de deelproblemen zijn niet zover uitgewerkt dat een computer er weg mee weet.

Elan

Elan is vergelijkbaar met de programmeertaal Pascal. Ook in Pascal kun je het probleem opsplitsen in deelproblemen, en dit net zo vaak herhalen als nodig is. Maar er zijn belangrijke verschillen. Oplossingen van deelproblemen moeten met de term 'procedure' worden aangeduid. Elan kent soortgelijke procedures, maar in de voorbeelden is daar geen gebruik van gemaakt. De opsplitsing daar maakte gebruik van wat in Elan 'verfijningen' worden genoemd. Het taartvoorbeeld in Pascal zou er min of meer als volgt uitzien:

```
PROGRAM taart;
INGREDIËNTEN
    3 eieren;
    250 gram suiker;
    ...
    ...
    250 ml slagroom
;
PROCEDURE beslag_maken;
BEGIN
    springvorm_van_binnen_met_boter_insmeren;
    verwarm_de_oven_op_180_graden
    eieren_en_suiker_een_kwartier_lang_kloppen_met_een_mixer;
    ...
    beslag_in_de_vorm_doen_en_in_de_oven_zetten;
    bak_de_taart_in_ongeveer_45_minuten_op_180_graden
END
;
PROCEDURE taart_afwerken;
BEGIN
    haal_de_taart_voorzichtig_uit_de_vorm;
    snijd_de_taart_in_twee_of_meer_plakken;
    ...
    ...
    taart_opspuiten_met_slagroom_naar_eigen_ontwerp
END
;
BEGIN
    beslag_maken;
    taart_afwerken
END.
```

Modulaire opbouw

Er is duidelijk sprake van een modulaire opbouw, van een opsplitsing in deelproblemen. Maar het verschil met Elan is toch wel duidelijk. De volgorde is anders. De hoofdlijnen staan als laatste in het programma. Er worden deelproblemen opgelost waarvan pas naderhand blijkt wat je ermee aan moet. Eigenlijk zou je achteraan moeten beginnen met het programma te lezen. Bovendien komen er technische uitdrukkingen als PROCEDURE, BEGIN en END in voor die in de verfijningen van Elan ontbreken. De meeste spaties zijn vervangen door een 'underscore'. Je zou het zo kunnen formuleren: Elan maakt een natuurlijker indruk dan Pascal. Daarmee is ook de essentie aangegeven. Ik denk dat het in elke programmeertaal wel mogelijk is een programma modulair op te bouwen, of dat nu al dan niet voor de hand ligt in die taal.
Elan biedt echter meer. Het is in Elan mogelijk om de denkstappen van de programmeur in vrijwel gewone spreektaal in het programma op te nemen. Bedenk eerst hoe je het probleem in grote lijnen aan zou willen pakken. Schrijf dat op, want het is je hoofdprogramma. Daarna werk je die hoofdlijnen uit. De enige beperking die een echt, voor een computer bedoeld, Elan-programma je zou opleggen is het vermijden van hoofdletters, en puntkomma's aan het einde van een zin.

Verwoorden van je oplossing

Het lijkt mij een goede gewoonte om een probleem te benaderen door het in deelproblemen op te splitsen, en dit proces te herhalen, zo vaak als nodig is. Het dwingt je onder woorden te brengen wat je eigenlijk aan het doen bent, en jezelf er rekenschap van te geven waarom je dat doet. Je gaat nadenken over het probleem in plaats van over de details van een soms maar vaag bewuste oplossingsmethode.
Ik heb eens in een wiskundeles in 4 havo enkele opgaven in groepjes laten oplossen, met de beperking dat er niet bij gerekend mocht worden. Alleen een omschrijving van de oplossingsmethode in fatsoenlijk Nederlands moest worden opgeschreven. Daar werd zeer intensief en hoog gemotiveerd over nagedacht. De volgende les (op dezelfde ochtend) mochten de opgaven worden uitgewerkt. Dat werd in ongewoon hoog tempo gedaan, met uitstekende resultaten. Jongelui die er gewoonlijk de grootste moeite mee hadden kwamen deze keer tot heel behoorlijke resultaten. Het analyseren en onder woorden brengen had duidelijk effect.

Karel de robot

Het komt mij voor dat het de moeite waard is hieraan in ons onderwijs aandacht te schenken. Bijvoorbeeld door in de onderbouw de leerlingen te oefenen in het gebruik van deze aanpak. Daar zouden heel eenvoudige problemen bij gebruikt kunnen worden, aan te passen aan het schooltype en het leerjaar. Ik denk hierbij aan Karel de Robot, die zich over het beeldscherm laat sturen met eenvoudige commando's en dingen kan oprapen en neerleggen. Het programmeren is dan geen doel maar een middel. De leerlingen leren programmeren om te profiteren van de discipline die Elan hen oplegt bij het bedenken en opschrijven van hun oplossing van een probleem, en niet te vergeten om de motiverende werking die een computer op hen heeft.

Zoals mogelijk bekend houdt de vereniging SCOPE* zich bezig met het onderwijskundig gebruik van computers in o.a. het onderwijs. Binnen SCOPE bestaat een aantal werkgroepen die zich met uiteenlopende onderwerpen bezighouden. Ik zou graag in contact komen met collega's die mee willen denken over het gebruik van Elan in het onderwijs, en met hen een 'werkgroep Elan' vormen. Ik nodig de lezer uit hierover na te denken en eventueel contact op te nemen met mij.

Noot

* SCOPE, Samenwerkingsverband Computers in Opleiding en Educatie, is ontstaan uit een fusie van een aantal verenigingen, zoals de Vereniging voor Onderwijs en Computer, DIDACOM en enkele uit het Universitaire en Hoger Beroepsonderwijs. Het werkterrein van SCOPE is uitgebreid. De activiteiten omvatten het organiseren van (mini-)symposia en workshops en de regelmatige uitgave van publikaties o.a. naar aanleiding van deze symposia.

● Bijdrage ● ● ● ●

▶ Sport en wiskunde

4 Onder 42,6° kom je verder!

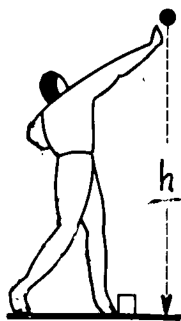
Henk Mulder

Bij de parabolische worp of slag bereiken we een maximale afstand, als we onder 45° werpen of slaan. Dat geldt voor honkballen en voetballen, voor verspringen en speerwerpen. Maar er is één probleem. Het geldt alleen als begin- en eindpunt op gelijke hoogte liggen, en dat is vaak niet het geval. Bij honkballen zelden en bij speerwerpen nooit.
Een kogelstoter stoot van schouderhoogte h (zie figuur 1).
Bij verspringen moeten we letten op de ligging van het zwaartepunt (zie figuur 2) en dat bevindt zich bij de landing altijd lager dan bij de afzet.

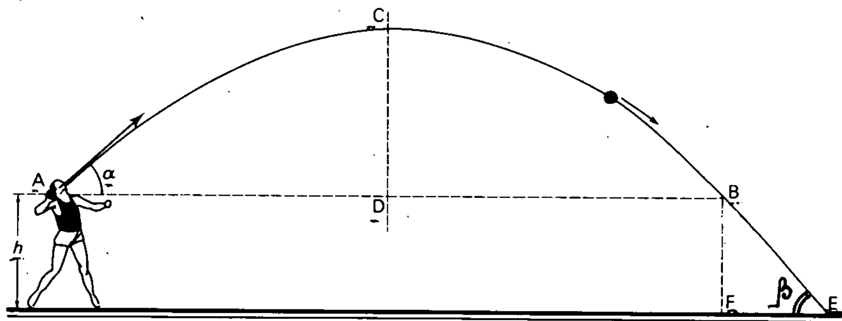
Daar zit nog een stevig stukje wiskunde achter. De parabool maakt het ons moeilijker dan we gedacht hadden. De vraag is: onder welke hoek moeten we nu werpen of slaan, als we starten vanaf een hoogte h en zo ver mogelijk willen komen?
Wij gaan uit van een kogelstoter die stoot van schouderhoogte h.

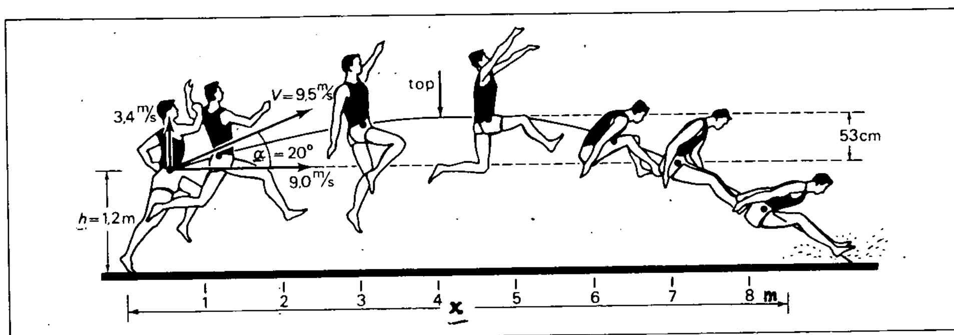
Een interessante relatie
In een figuur 3 is de ideale baan getekend, waarbij het eindpunt E zo ver mogelijk weg ligt. In deze figuur is α de starthoek, die de beginsnelheidsvector $\vec{v}_1$ maakt met de horizontale richting, en β is de hoek in het eindpunt E; de eindsnelheidsvector is $\vec{v}_2$.
Wim Sluis (destijds leerling atheneum 4, R.S.G. West-Friesland, Hoorn) sprak het eerst het vermoeden uit dat $\alpha + \beta = 90°$. U ziet maar weer eens! We zullen het bewijs met vectoren geven.

Maximale oppervlakte
De beginsnelheidsvector $\vec{v}_1$ (figuur 3) raakt de baankromme in A, hetzelfde doet de eindsnelheidsvector $\vec{v}_2$ in E. De verticale pijl die de eindpunten van $\vec{v}_1$ en $\vec{v}_2$ verbindt, stelt de snelheidsverandering in richting en grootte voor, tijdens de volledige baan in het zwaartekrachtsveld. We geven die aan met $\Delta\vec{v}$.
De grootte van deze vector is gT, waarin T de tijd voor het doorlopen van de totale baan is. Merk op dat de vector $\Delta\vec{v}$ verticaal moet zijn, omdat de horizontale snelheid constant is!
De horizontale component van de snelheid is $\vec{v}_x$,



Figuur 1 Stoten vanaf hoogte h





Figuur 2 Afzet, vlucht en landing. Het zwaartepunt beschrijft een parabool.

en deze is tijdens de hele beweging dus constant in grootte. Vector $\vec{v}_x$ is de horizontale component van $\vec{v}_1$, en ook van $\vec{v}_2$, en zodoende wordt $\vec{v}_x$ hoogtelijn in de vectorendriehoek met $\vec{v}_1$ en $\vec{v}_2$ als zijden. We gaan nu even met groottes van vectoren rekenen.
De oppervlakte van de vectorendriehoek is $\frac{1}{2}v_x \cdot \Delta v$, of $\frac{1}{2}v_x \cdot gT$, of $(\frac{1}{2}g) \cdot (v_x T)$. Omdat $v_x T$ de horizontale afgelegde afstand voorstelt, dus juist de afstand die zo groot mogelijk moet zijn, kunnen we ook stellen dat de oppervlakte van de vectorendriehoek zo groot mogelijk moet zijn.
Nu is volgens de natuurkundige wet van behoud van energie bij gegeven beginsnelheid v_1 en starthoogte h, onafhankelijk van α, ook de grootte van de eindsnelheid v_2 bepaald. Immers, de energie aan het begin in $mgh + \frac{1}{2}mv_1{}^2$, en deze wordt omgezet in de energie aan het eind: $\frac{1}{2}mv_2{}^2$.
De vectoren $\vec{v}_1$ en $\vec{v}_2$ zijn zijden van de driehoek waarvan we de oppervlakte maximaal willen hebben. Dat krijgen we voor elkaar door de hoek tussen $\vec{v}_1$ en $\vec{v}_2$ gelijk aan 90° te nemen. In dat geval kunnen we namelijk de vectorendriehoek aanvullen tot een rechthoek, dus tot het grootste parallellogram bij gegeven zijden.
Zo vinden we dat $\alpha + \beta = 90°$.
Tussen begin- en eindsnelheid volgt nòg een interessante relatie: $\tan \alpha = v_1/v_2$.

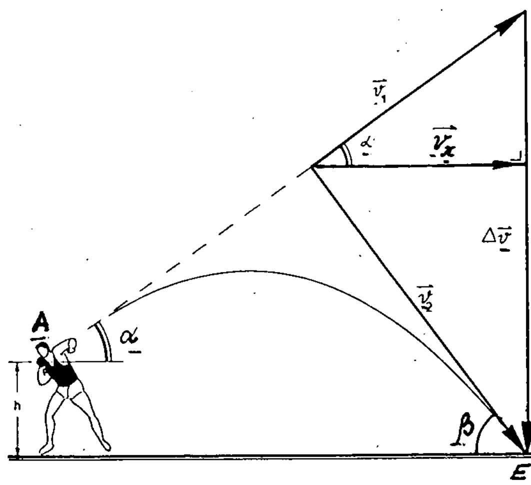
Bewegingsvergelijkingen

In een vorig nummer van Euclides hebben we bewegingsvergelijkingen voor de verplaatsingen in horizontale en in verticale richting gegeven, met de tijd t als parameter. De kogel op het moment van de start is de oorsprong van ons assenstelsel, v is de beginsnelheid (we schrijven voor het gemak v in plaats van v_1).
We krijgen nu:

$$x = v \cos \alpha \cdot t$$
$$y = v \sin \alpha \cdot t - \tfrac{1}{2}gt^2 \qquad (1)$$

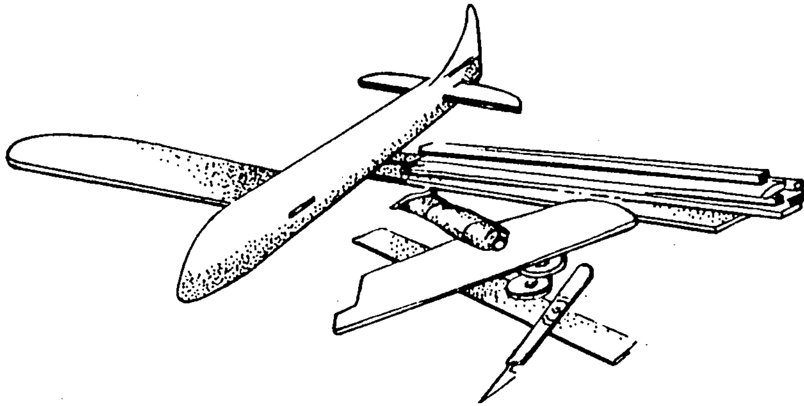
(g is de versnelling van de zwaartekracht, 9,8 m/s²)
Bij elimineren van t krijgen we de paraboolvergelijking, die we overigens niet nodig hebben:

$$y = \tan \alpha \cdot x - \tfrac{1}{2}\left(\frac{g}{v^2}\right) \cdot \frac{x^2}{\cos^2\alpha}$$



Figuur 3 Bij maximale afstand geldt: α + β = 90°

● Werkblad ●



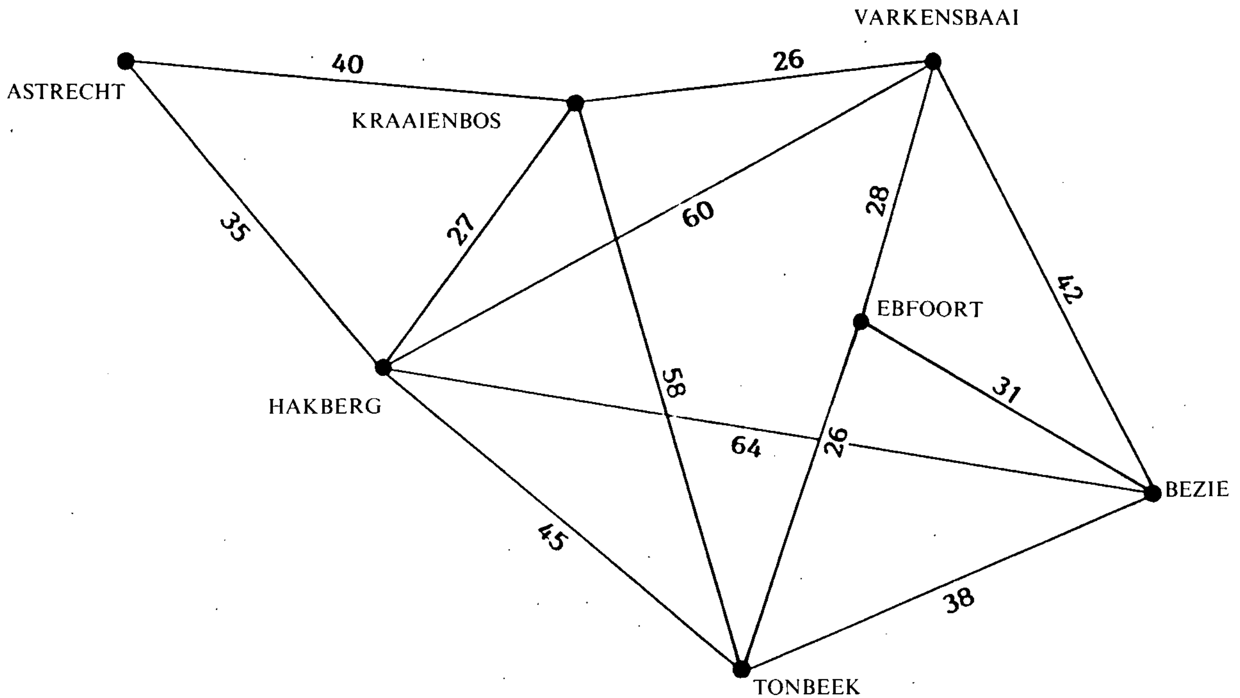
▶ Het zweefvliegtuig

Stef bouwt een houten modelzweefvliegtuigje met behulp van enkele bouwplaten. In een winkel wordt het benodigde hout verkocht in stroken die 500 mm lang zijn en *f* 2,– per stuk kosten.
Uit de bouwplaten leest hij af wat hij nodig heeft:
2 stroken van 500 mm voor de grote vleugels;
5 stroken van 300 mm voor de zijkanten van de romp;
1 strook van 150 mm voor de beide staartvleugels;
1 strook van 100 mm voor de staartvin;
8 stroken van 20 mm en 4 stroken van 15 mm als verbindingslatjes, om het zweefvliegtuigje in elkaar te kunnen zetten.

1 Hoeveel stroken van 500 mm moet Stef kopen, en hoe moet hij deze in stukken zagen? Hij wil het zo goedkoop mogelijk doen.

2 Als hij ook stroken van 1 m (1000 mm dus) kan kopen, die *f* 4,50 per stuk kosten, kan het dan goedkoper? Zo ja: hoe?

● Werkblad ●



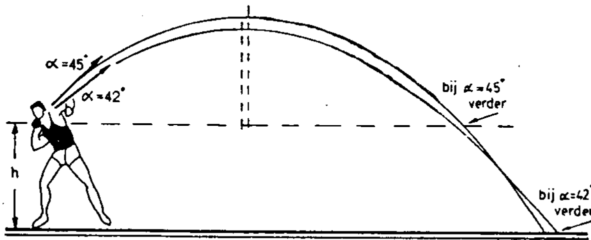
► Spoorlijnen

De plaatsen op de kaart zijn verbonden door spoorlijnen. De afstanden zijn gegeven in kilometers.

1 Hoeveel kilometer bedraagt de totale lengte van de spoorlijnen?

2 Wat is het aantal kilometers van de kortste route van Astrecht naar Bezie?

3 De spoorwegmaatschappij besluit enkele lijnen op te heffen; wel moet elke plaats bereikbaar blijven vanuit elke andere plaats.
Welke lijnen zou je opheffen, als je een zo klein mogelijke totale lengte moet overhouden?



Figuur 4 . Onder 42° komen we toch verder!

Tijd, afstand en ideale hoek

Aan het begin ($t = 0$) is $\frac{dy}{dx} = \tan\alpha$.

Op een willekeurig tijdstip is $\frac{dy}{dx} = \left(\frac{dy}{dt}\right) \Big/ \left(\frac{dx}{dt}\right) = \frac{v\sin\alpha - gt}{v\cos\alpha}$

Begin- en eindraaklijn staan loodrecht op elkaar geeft:

$\frac{v\sin^2\alpha - gt\sin\alpha}{v\cos^2\alpha} = -1$, dus $t = \frac{v}{g\sin\alpha}$.

Hieruit volgt dat $y = \frac{v^2}{g} - \frac{v^2}{2g\sin^2\alpha}$, dus

$y = \frac{v^2}{g} \cdot \frac{-1 + 2\sin^2\alpha}{2\sin^2\alpha}$.

De laatste uitdrukking moet gelijk zijn aan $-h$, omdat we immers als starthoogte 0 hebben genomen. Als we dus werpen van hoogte 1,8 m, dan vinden we $\frac{v^2}{g} \cdot \frac{-1 + 2\sin^2\alpha}{2\sin^2\alpha} = -1{,}8$

Als we verder v kennen, kunnen we α uitrekenen; $v = 14$ m/s geeft $\alpha \approx 42{,}6°$.

De uitkomst voor α blijkt in het algemeen zowel van v als van h afhankelijk te zijn. We zien overigens dat we weer $\alpha = 45°$ krijgen als we $h = 0$ nemen.

In alle gevallen kunnen we de maximale werpafstand vinden door de gegevens of berekende waarden voor v, α en t in te vullen in de eerste formule van (1).

De stoot van Feuerbach

Men heeft metingen gedaan aan de Amerikaanse kogelstoter Feuerbach. Hij kan een stootsnelheid ontwikkelen van 14 m/s vanaf een schouderhoogte van 1,8 m. De afstand die hij dan maximaal kan afleggen volgens (1) is 21,73 m. Maar dan moet hij dus wel stoten onder 42,6°. Als hij onder 45° stoot, komt zijn prestatie op 21,66 m. Dat scheelt maar... 7 cm, maar in de topsport is men gewend op de kleintjes te letten.

In figuur 4 is getekend hoe aanvankelijk de baan van 45° voor ligt, maar dat tenslotte die van 42,6° wint.

Interessant lijkt het nog te vermelden dat kunstmanen, na een kort verticaal stuk, onder een hoek van 40° de ruimte ingeschoten worden. Ook bij het 'kosmisch kogelstoten' gelden kennelijk soortgelijke uitkomsten.



Vreugde bij de Amerikaan Feuerbach na zijn stoot over bijna 22 meter

'Auteurs in beeld'

▶ Maatwerk

Het belang van kleur, plaatjes en sturing

Wat beweegt een mens om een wiskundemethode te gaan schrijven? Word je wakker en zeg je: ik ga een methode schrijven?

Van der Vegt
Ik werkte vroeger met de *taakboeken van Velders*. Een goede methode, totdat hij werd herschreven. Er zaten nogal wat fouten in. Daar heb ik de uitgever commentaar op geleverd. En toen ben ik ervoor gevraagd. Je rolt erin. En dan blijkt het erg leuk om materiaal te maken voor je eigen leerlingen. En natuurlijk wil je het dan ook zo maken dat het ergens anders ook gebruikt kan worden.

Je moet de lbo-leerling heel duidelijk gestructureerde stof voorleggen. Wiskunde leent zich daar heel goed voor, als je het maar niet overdrijft.

Lolkema
Er moest bij ons op zeker moment een nieuwe methode komen, net in de tijd dat de avo-versie van *Moderne wiskunde* omgebouwd moest worden voor het lbo – dat hoorden we toevallig van een inspecteur die ook voor Wolters-Noordhoff schreef. Die zei: zouden jullie dat niet aan willen pakken. En zo rol je erin.

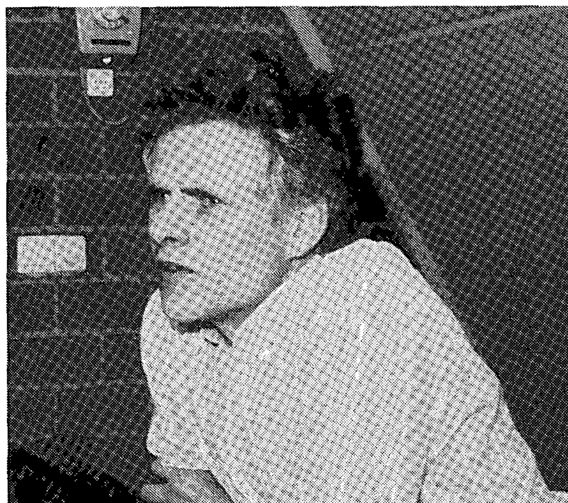
Natuurlijk kun je op zo'n moment ook zeggen: nou nee, toch maar niet.

Lolkema
Dat klopt, maar ik wilde ook die kant van het leerboek wel eens bekijken. Bovendien was er een nieuwe ontwikkeling gaande. En dit was een mooie gelegenheid om die van dichtbij mee te maken.

Van der Wal
Gedeeltelijk wel... erin rollen. Ik werk al heel lang samen met Helmig – die werkte al aan de methode. En dan probeer je eerst eens wat uit en je vult eens wat aan. Nou ja, zo rol je erin.
Maar dat is niet het enige. In de eerste plaats denk ik dat ik de lbo-leerling goed ken. Vanuit die ervaring denk je dat je een goede bijdrage kunt leveren. Ik vind het aan de andere kant ook leuk. Ik vind het leuk om iets te ontwikkelen. Dat is een tweede. En ook een beetje: een methode die zo goed mogelijk aansluit bij je eigen leerlingen.

Wat onderscheid de lbo-leerling van de avo-leerling?

Van der Wal
Je moet de lbo-leerling heel duidelijk gestructureerde stof voorleggen. Wiskunde leent zich daar heel goed voor, als je het maar niet overdrijft. Je moet de probleemstelling eenvoudig houden, niet te veel van de hak op de tak springen en het moet herkenbaar zijn. Dat staat voor mij voorop. De leerling moet het idee hebben: ik kan er wat mee.



Auteur Van der Vegt: *...voorkomen dat leerlingen verzuipen...*

Hoe zou je *Maatwerk* moeten karakteriseren? Herkenbaar, eenvoudig, praktisch?

Van der Wal
Praktisch. Maar ik zeg erbij: daar doen we misschien nog niet genoeg aan. Niet voor de volle breedte van het lbo. Ik zou nog wat meer onderwerpen willen behandelen waarin meisjes geïnteresseerd zijn. Niet dat die ontbreken, maar het is niet duidelijk genoeg.

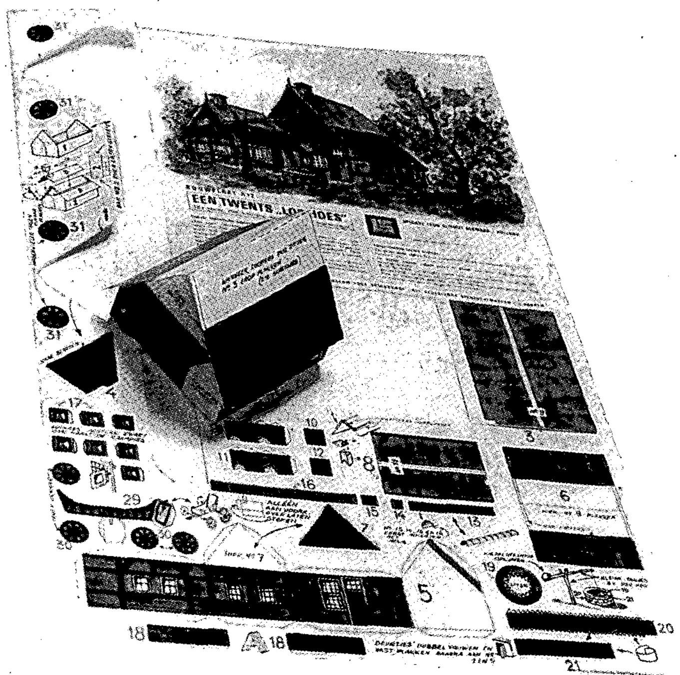
Van der Vegt
Het grappige is dat je met zo'n manier van werken ook nog heel ver komt. Dat je met leerlingen van het lbo dat C- en D-niveau kunt bereiken.

Lolkema
Op school zijn we dit jaar serieus met het D-programma bezig geweest en het heeft me verbaasd dat er jonge lieden zijn die ondanks de weinige lesuren met onze methode royaal meedoen.

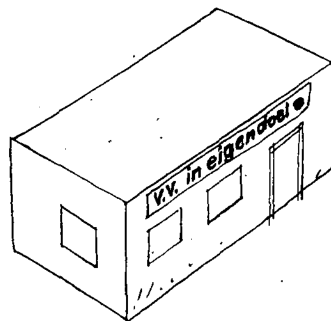
Betekent dat dat de lbo-leerling onderschat wordt?

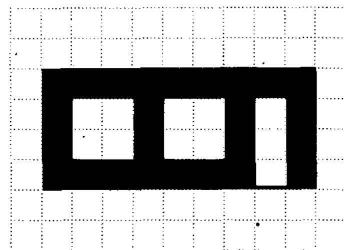
Van der Wal
De lbo-leerling heeft wat voor. Hij heeft meer herkenningspunten, meer eenheid in zijn vakkenpakket. In veel vakken op het lto zit bijvoorbeeld een stukje wiskunde: electrotechniek, pneumatiek, hydroliek en noem maar op. Als de wiskunde niet gaat, dan gaat het omwerken van formules bij natuurkunde of elektrotechniek ook niet. En er zijn andere dingen die hem helpen, met name het ruimtelijk inzicht. Dat komt zowel in de techniek als bij de wiskunde aan de orde. Daar zijn ze alle dagen mee bezig.

Lolkema
We zijn gauw geneigd het C/D-niveau belangrijk te vinden, terwijl de A/B-leerling toch een portie toegepaste wiskunde moet hebben om zijn beroepsgerichte vakken te ondersteunen.
Daarom is wiskunde en de opzet ervan akelig belangrijk.
Dat geldt voor het technisch onderwijs, maar ook voor de andere scholen. Daar moet je de toegepaste



...*In veel vakken op het lto zit een stukje wiskunde*...





wiskunde toch ook wat onderbouwen, want dat heeft ieder mens nodig.

Van der Vegt
In het avo laten heel wat leerlingen de wiskunde vallen, dat komt bij ons veel minder voor. In het lto doet elke leerling wel wiskunde. Bij lhno is dat misschien wat minder. Misschien laat-ie het ten slotte vallen, maar hij neemt het mee tot in het laatste jaar. Ik denk dat we met deze methode bewijzen dat wiskunde met alle leerlingen mogelijk is. Ook zwakke leerlingen kunnen nog een heleboel wiskunde opsteken.

Dat staat voor mij voorop. De leerling moet het idee hebben: ik kan er wat mee.

Van der Wal
Dat mag best nog eens onderstreept worden. Ik vind het nonsens dat de helft van de mensen in Nederland geen wiskunde zou kunnen doen. Alleen zouden sommige mensen eens uit die hoge toren moeten afdalen en naar de kinderen toe moeten gaan; dat is het hele verhaal.

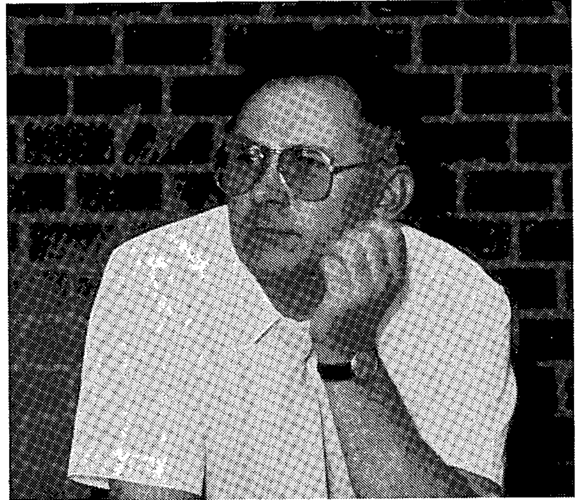
Wat is nou voor leerlingen het moeilijkste van wiskunde?

Van der Vegt
Dat verschilt heel erg; er zijn leerlingen die zijn zo weinig technisch... Voor die leerling is wiskunde vaak moeilijk. De een heeft weinig ruimtelijk inzicht en een ander kan niet met letters rekenen. In ieder geval moet hij het herkennen. Ik denk dat die motivatie uiteindelijk het belangrijkste is.

Ik denk dat bij wiskunde steeds het gevaar bestaat van de abstracte formulering.

Van der Vegt
Die docent wil graag heel precies formuleren, zo ben je opgeleid. Dat vond je een prachtig systeem. Maar het is niet altijd nodig en je moet proberen te voorkomen dat je leerlingen erin verzuipen.

Van der Wal
Ik denk dat er nog wel meer moeilijke dingen te noemen zijn. Veel leerlingen zitten ook met de handicap dat ze heel slecht rekenen. En leerlingen kunnen vaak heel moeilijk verbanden leggen. De stelling van Pythagoras gaat nog, maar een vraag waarin die stelling voorkomt, dat is voor een aantal leerlingen erg moeilijk.



Auteur Lolkema: *...wiskunde akelig belangrijk...*

Heukelom
Ik hoorde je net zeggen dat ze door hun technische opleiding in principe veel meer in staat zijn dat soort redeneringen op poten te zetten dan misschien een mavo-leerling.

Van der Wal
Ja, als het maar herkenbare situaties zijn. Het wordt moeilijker als het samengestelde vraagstukken zijn met een abstract karakter.

Lolkema
Ik denk dat je het anders zou kunnen formuleren. Jongelui die niet geschikt zijn voor het avo gaan naar het lbo. Daar zitten veel 'zwakke' leerlingen.

Ik denk dat we met deze methode bewijzen dat wiskunde met alle leerlingen mogelijk is. Ook zwakke leerlingen kunnen nog een heleboel wiskunde opsteken.

Als die niet zo concreet mogelijk onderwezen worden, dan zou de wiskunde nòg lastiger voor ze zijn. Door deze aanpak zijn ze in staat ook wat lastiger wiskunde-onderwerpen te verwerken. Maar het blijft voor veel jongelui een heel moeilijke zaak. Want ze lezen vaak ook moeilijk, ze kunnen niet...

Van der Vegt
Dat is in het algemeen het grootste probleem: dat ze beslist niet kunnen lezen.

Lolkema
Soms vraag je je wel eens af, wat begrijpen ze nu niet: de wiskunde of de taal. Ik denk dat ze de wiskunde gemakkelijker zouden kunnen verwerken als het eenvoudiger aangeboden werd.

Heukelom
Als je wiskunde in plaatjes zou kunnen aanbieden, bij wijze van spreken...

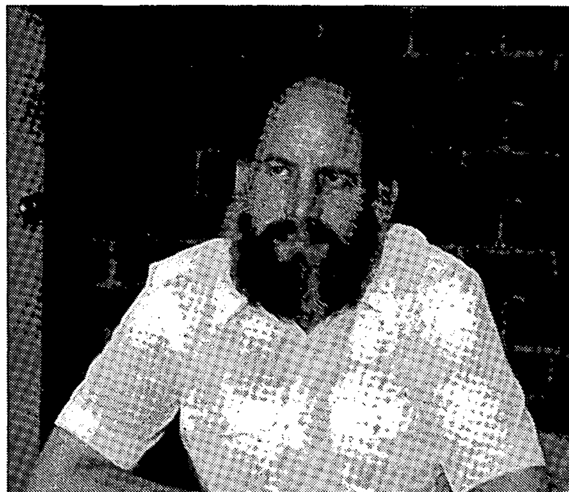
Ik denk ook dat de wiskunde vaak in een te moeilijke taal gebracht wordt. Dan is het niet gek dat de leerlingen het af laten weten.

Lolkema
Dan kwamen ze verder, ja hoor. Dat denk ik wel.

Als je dat doortrekt, zou je zeggen: kies een taal, zorg dat je taalvaardig wordt...

Van der Vegt
Ik denk dat de wiskunde vaak in een te moeilijke taal gebracht wordt. Dan is het niet gek dat de leerlingen het af laten weten. Maar het geldt voor alle vakken dat ze niet kunnen lezen. Ook thuis lezen ze niet. En nu kun je meer aan taalonderwijs gaan doen, maar of dat werkt? Dat is waarschijnlijk al geprobeerd op de basisscholen. Je zult heel kort en heel eenvoudig moeten formuleren.

Wat betekent het schrijven van een methode voor het persoonlijk leven van een schrijver?



Auteur van der Wal: *...niet van de hak op de tak...*

Van der Vegt
Nou, ja... Mijn kinderen zijn altijd druk, die mogen antwoorden controleren. Ik wil niet zeggen dat ze fanatiek zijn, maar ze willen wel wat aan wiskunde doen. En verder stop je natuurlijk veel van je vrije tijd in het schrijven. In die zin werkt het hele gezin mee.
En ik denk dat je er erg door gevormd wordt. Ik geef graag les met handen en voeten en nou moest het op papier: een ander moet er ook van meegenieten. Je gaat nadenken over wat je doet met je leerlingen, want je moet het aan een ander uitleggen. Ik ben heel anders over het vak wiskunde gaan denken doordat ik schrijf.

Heukelom
Kun je een voorbeeld noemen? Ben je de stelling van Pythagoras anders uit gaan leggen, of zoiets? Of onderbreek ik nou...

Van der Vegt
Je zoekt meer naar praktische dingen. Sinds ik bezig ben met dat boek, praat ik over Pythagoras in termen van oppervlaktes. Ik zeg niet $a^2 + b^2 = c^2$, maar oppervlakte 1 + oppervlakte 2 = oppervlakte 3. Dat is ook een formuletje, maar ik kan het laten zien. Ik ben anders met het vak bezig. Je holt zo gemakkelijk door. Nou word je gedwongen om...

Lolkema
Dat is heel wezenlijk. Onderwijsmensen zijn gewend hun eigen gang te gaan. Maar zodra je met een methode bezig bent, dan moet je rekening houden met een ander. Als schrijver moet je je breder en algemener opstellen.
Daarbij gaan anderen hun kritiek spuien. Voor je vorming is het erg belangrijk dat je dat accepteert.

Kortom, je wordt er socialer van.

Lolkema
Nou, ik denk het wel.

Heukelom
Schrijven werkt blikverruimend.

Maar u heeft nooit het idee: dit gaat ten koste van mijn persoonlijke leven, mijn vrouw en kinderen...

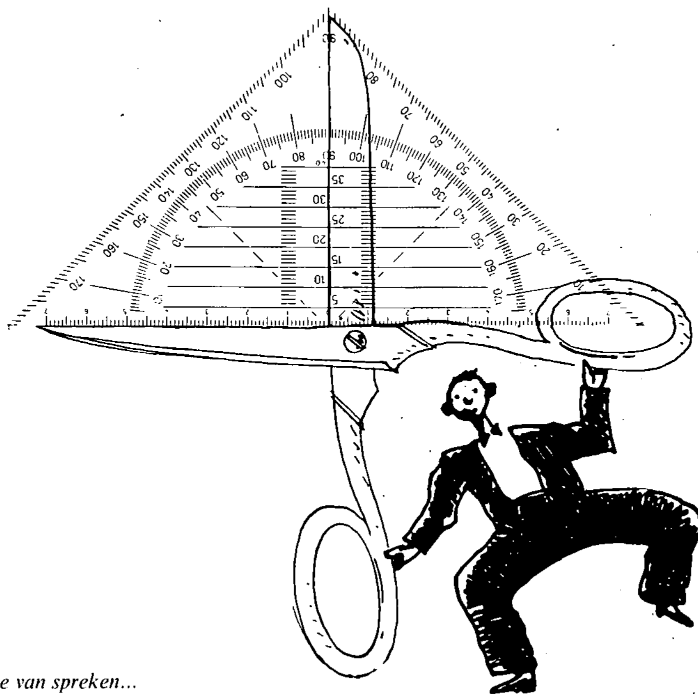
Lolkema
Niet zoals u dat stelt. Er zijn wel eens momenten dat het moeilijk is om voldoende tijd vrij te maken. Dat wel. Maar niet zoals u dat stelt. Dat zou niet best zijn.

Van der Vegt
Ik denk dat ze thuis zien dat je je op een manier ontplooit waar je anders niet de kans voor krijgt. Ze zien dat je iets maakt dat op een gegeven moment goed gebruikt wordt. En – ja – dat is heerlijk. En dan is het de tijd ook wel waard.

Van der Wal
In ieder geval is het blikverruimend. En het is toch een rotzooi op mijn bureau. Als ik niet met het ene bezig ben, dan ben ik met het andere bezig.
Ik wil wel zeggen dat ik niet wiskunde-gek ben geworden. Het hoort alleen bij je werk. Je ziet problemen binnen de school of binnen het onderwijs en zo rol je soms ergens in. Maar ik ga er niet onder gebukt. Bepaald niet.

Wat is de rol van de uitgever bij het totstandkomen van zo'n methode?

Van der Vegt
Nou, ik denk heel groot... Zonder die uitgever was ik er nooit aan begonnen; die heeft me overgehaald. En daarna is de begeleiding zo goed geweest dat het ook gelukt is. Je hoeft alleen maar bezig te zijn met



...Wiskunde in plaatjes bij wijze van spreken...

de leerstof die je aan het maken bent. Zonder alle rompslomp eromheen. En dan hebben we ook nog een uitgever die een wezenlijk aandeel heeft in het bespreken van de kopij.

Nooit ruzie?

Lolkema
Dat is niet aan de orde, ik wil dat graag onderstrepen. Ik denk dat je door de begeleiding vanuit de uitgeverij plezierig samenwerkt. Ik zie de uitgever ook niet als iemand die uiteindelijk de produktie van het boek verzorgt, maar veel meer als een van de mensen van het schrijversteam.

Wat is de invloed van de gebruikers op de ontwikkeling van het geheel?

Van der Vegt
Voor de laatste herziening hebben we een enquête gehouden onder gebruikers en we zijn met gebruikers wezen praten. We proberen die inbreng zo goed mogelijk in de methode te verwerken. Je krijgt dan wel met tegenstrijdigheden te maken: de een wil precies het omgekeerde van de ander. En verder wordt er nogal eens wat materiaal uitgeprobeerd.


Uitgever Heukelom: *...wiskunde in plaatjes...*

Heukelom
Maar we hebben ook heel degelijk onze eigen gedachten. Bijvoorbeeld van A- en B-programma. We hebben de gebruikers toen iets aangeboden, dat we zelf ontwikkeld hebben.

Van der Vegt
Ik denk dat we meer terugkoppeling van de gebruikers hebben gehad dan we meestal denken. Alleen al het maken van het vraagstukkenboekje bij deel 1. De gebruikers vonden dat er in deel 1 te weinig vraagstukken stonden. Er zijn heel wat reacties die we meenemen. Alleen vergeet je vaak waar je het vandaan hebt gehaald. Je maakt wat, zij gaan ermee aan het werk en dan blijken bepaalde dingen anders te moeten en dat komt dan terug.

Ik hoor steeds: die basisvaardigheden, die missen ze vaak. Het rekenen, de taal... Is er iets mis met de basisscholen?

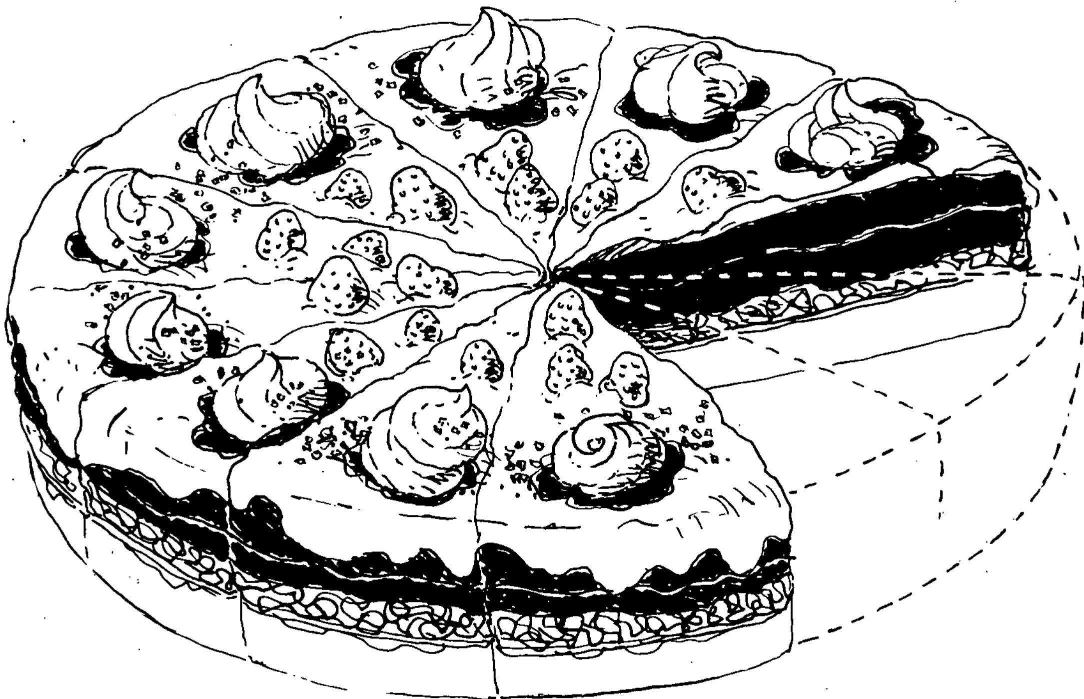
Lolkema
Ik denk dat het bij de huidige leerling hoort. Daarvan kun je niet alleen de schuld aan de basisschool geven, lijkt me. Die lbo-leerling heeft flink wat begeleiding nodig. En dat is een enorme opgave als je 30 tot 35 leerlingen in een klas hebt.

Ik geef graag les met handen en voeten en nou moest het op papier: een ander moet er ook van meegenieten.

Van der Vegt
Sommige leerlingen bij het vwo missen die vaardigheden ook, zegt men. Op de basisschool wordt aan een aantal vaardigheden niet meer zo zwaar getild. Het inprenten van tafels, dat wordt op sommige scholen helemaal niet meer gedaan.

Lolkema
Er zijn ook leerlingen die het alfabet niet kennen. Dat is iets dat ze toch eigenlijk niet mogen missen.

Van der Wal
En dat geldt ook voor breuken. De vraag is wat er op de basisschool precies gedaan wordt. Of ze niet in twee groepen verdeeld worden. Een lbo-groep die zijn gang kan gaan en de rest die wordt bijgespijkerd voor havo/vwo.



...En dat geldt ook voor breuken...

Van der Vegt
Ik denk dat alle problemen die voortvloeien uit de bezuinigingen op de basisscholen terug zullen slaan op dit soort leerlingen. Die worden vergeten, want die krijgen het toch niet voor elkaar.

Heukelom
Dat is de paradox: dat we de havo/vwo-leerling die goed kan leren, veel meer aandacht geven, meer onderwijskracht, dan de lbo-leerling die het nodig heeft.

Lolkema
Daar moeten wij ook voor waken in onze methode, dat de A/B-boeken net zo belangrijk zijn als de C/D-boeken. Want je bent gauw geneigd om meer aandacht te besteden aan wat wij dan 'beter' noemen...

Heukelom
Daar hebben we echt heel bewust voor gekozen: bij ons is A/B geen afgeleide van C/D. We zijn apart over die leerling gaan nadenken, wat is het beste voor de A/B-leerling?

Lolkema
En dan moet gezegd worden dat het doorgaans eenvoudiger is om een methode te maken voor C/D- dan voor A/B-leerlingen. Je moet je steeds weer verplaatsen in: hoe zou dat kind dat lezen?

Van der Vegt
En over welke stof ga je het hebben, want het ligt allemaal niet zo vast. Bij het C/D-niveau weet je precies wat er behandeld moet worden.

Lolkema
Er wordt ons wel verweten dat wij in onze methode te veel leiden en te weinig aan het initiatief van de leerlingen over laten. Maar de A/B-leerling heeft vaak moeite met zelfwerkzaamheid, die heeft begeleiding nodig. En om het in een methode zo in te kleden dat dat geleidelijk gaat, dat is heel, heel lastig.

●

Een gewetensvraag: is *Maatwerk* beter dan andere methoden?

Van der Vegt
Ja. Wij zullen natuurlijk zeggen dat het de beste methode is...

Lolkema
Ik denk dat het wat opbouw naar de verschillende niveaus betreft een heel goede methode is.

Van der Vegt
Ik vind het voor mavo/lbo de beste methode. Ook als je op een mavo alleen met C-en D-leerlingen werkt.

Lolkema
Jawel, maar dat is waarschijnlijk te danken aan het feit dat de A/B-leerling de situatie ook aankan. Zo krijgen leerlingen die anders verdrinken bij het mavo nu juist een kans om die wiskunde vast te houden. Door die stapsgewijze begeleiding, vooral in het eerste en tweede leerjaar. Ik denk dat dat een plus is voor deze methode.

Van der Wal
Ik vind dat het kindvriendelijker moet. Dat heb ik voor mezelf als kritiek. Daar zijn we bij de nieuwe uitgave aan tegemoet gekomen, maar als je diep in mijn hart kijkt... Het klinkt misschien wat kritisch, maar het was een gewetensvraag. Dan mag dat even.
Het betekent niet dat er alleen leuke dingen in moeten waarbij van de hak op de tak wordt gesprongen. Want dat wordt vaak verstaan onder een mooie methode. Ik denk dat er op het eerste gezicht mooiere methodes zijn, die op het lbo zwaar zullen tegenvallen. Vanwege de wildigheid, het niet gestructureerd zijn. De nieuwe editie wordt zeker kindvriendelijker. Ik denk dat we een heel eind de goede richting opgaan...

Wat moet ik me daar bij voorstellen, bij kindvriendelijk?

Van der Wal
Dat is leesvriendelijk. Kleur en plaatjes, foto's. Niet kinderachtig. Daarnaast blijft onze methode erg sturend. Zodra je maar even van het paadje afgaat, dan word je er meteen weer opgezet. Er is geen ruimte tot ontsporen, maar ook geen ruimte tot ontdekken, haast niet.

Over de schrijvers

Bram van der Wal
Auteur sinds 4 jaar. Docent wiskunde, godsdienst/maatschappijleer, werktuigbouwkunde en decaan ('Net Leonardo da Vinci') aan de SG Sprengengilde in Apeldoorn. Getrouwd, drie kinderen. Befietst met het gezin heel Europa, van de poolcirkel tot aan Spanje. Publiceert ook buiten zijn vakgebied links en rechts.

Henk Lolkema
Directeur van de Christelijk Technische School in Dokkum ('Nog niet gefuseerd, wel plannen...'). Auteur van het eerste uur. Gaf les in werktuigbouwkunde, natuurkunde en wiskunde. Kan tot zijn spijt het directeurschap niet met het lesgeven combineren. Getrouwd, 2 kinderen. Bekleedt bestuurlijke functies in het verenigingsleven. Schaatst en reist graag, spaart postzegels.

Helmig-Jan van der Vegt
Auteur sinds ongeveer 10 jaar. Begon toen de methode werd herschreven. Geeft les aan de SG Sprengengilde in Apeldoorn: wiskunde, natuurkunde en scheikunde. Voelt zich aangetrokken door de technische toepassingen van de wiskunde. Getrouwd, 3 dochters en een zoon.
Hobby's: schaken (inclusief wedstrijdleiding) en het kweken van fuchsia's.

Bart Heukelom
Uitgever voor wiskunde en voor exacte vakken in het beroepsonderwijs bij Wolters-Noordhoff, sinds 1979. Heeft enige tijd biologie-lessen gegeven in de onderbouw van het vwo. Getrouwd, twee zonen van 8 en 9 jaar. Hobby's: muziek, sport en radiozendamateurisme.

▶ De stelling van Buffon

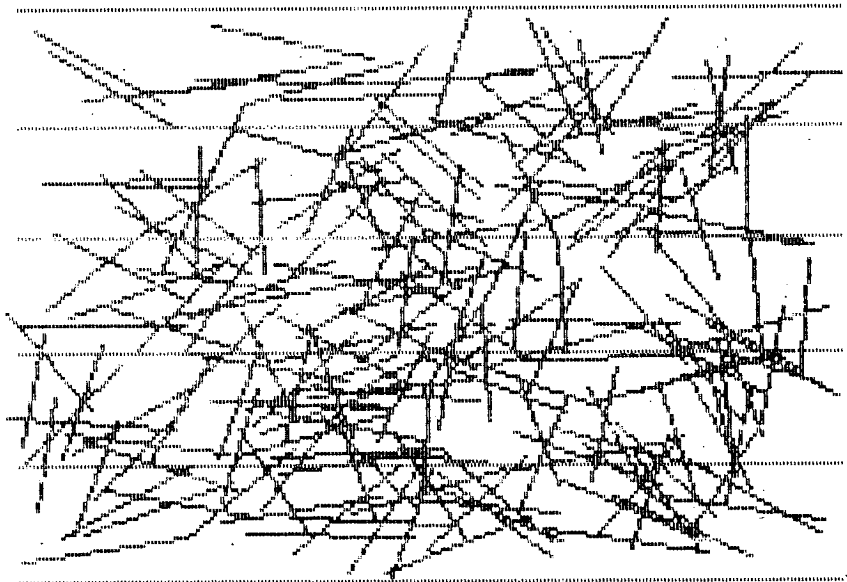
Georges Louis Leclerc, Comte de Buffon (1707-1788) vond de volgende, op het eerste gezicht merkwaardige stelling:
als een naald met lengte d willekeurig wordt gegooid op een veld met evenwijdige lijnen die onderlinge afstand d bezitten, dan is de kans dat de naald op één van de lijnen valt gelijk aan $\frac{2}{\pi}$.

Door nu een groot aantal malen te gooien kan een benadering van π worden verkregen:
stel dat er N maal gegooid wordt en dat daarbij de naald A maal op één van de lijnen valt, dan is $\frac{A}{N}$ bij benadering gelijk aan $\frac{2}{\pi}$. Deel nu $\frac{A}{N}$ op 2, dan is de uitkomst bij benadering gelijk aan π:

$$\text{immers } \frac{2}{\frac{A}{N}} \approx \frac{2}{\frac{2}{\pi}} \approx \pi$$

Wolf (1850), Smith (1855) en Fox (1864) benaderden op deze manier π; Fox vond met 1100 maal gooien $\pi \approx 3{,}1419$.
Onderstaand beeldscherm is verkregen na 200 worpen.
(bron: Heinrich Dörrie, Triumph der Mathematik)

```
10 RANDOMIZE TIMER
20 SCREEN 1 : COLOR 1,1,1 : CLS
30 WINDOW (-10,-10)-(60,60)
40 FOR I = 0 TO 50 STEP 10
50      LINE (0,I)-(50,I),1
60 NEXT I
70 INPUT "Geef aantal worpen ",N
80 FOR I=1 TO N
90      X1 = 50*RND  : X2 = 50*RND
100      Y1 = 50*RND  : Y2 = 50*RND
110      LENGTE = SQR ( (X2-X1)^2 + (Y2-Y1)^2 )
120      X2 = X1+(X2-X1)*10/LENGTE : Y2 =Y1 + (Y2-Y1)*10/LENGTE
130      LINE(X1,Y1)-(X2,Y2),2
140      START = INT(Y1/10) : EIND = INT(Y2/10)
150      IF START=EIND THEN GOTO 180 'niet snijden
160      SNIJ = SNIJ+1
170      LOCATE 24,1 : PRINT USING " ###.####";2*I/SNIJ;
180 NEXT I
190 LOCATE 2,1
```



3.1250

● Verenigingsnieuws ●

▶ Jaarvergadering/ studiedag 1988/ contributie

Tweede uitnodiging voor de jaarvergadering/studiedag 1988 op zaterdag 29 oktober 1988 in het gebouw van:

Het Nieuwe Lyceum
Jan Steenlaan 38
3723 BV Bilthoven
030-78 30 60

Agenda:
9.30-10.00 uur: Aankomst, koffie
10.00-10.30 uur: **Huishoudelijk Gedeelte**
a. Opening door de voorzitter, dr. Th. J. Korthagen.
b. Notulen van de jaarvergadering 1987 (zie Euclides nr. 7).
c. Jaarverslagen (zie Euclides).
d. Decharge van de penningmeester en benoeming van een nieuwe kascommissie.
Het bestuur stelt kandidaat drs. S. Garst, Oude Tonge en drs. H. Verhage, Utrecht.
e. Bestuursverkiezing in verband met het periodiek aftreden van F. F. J. Gaillard, M. Kindt en mw. drs. J. van Vaalen. De heer Kindt en mevrouw Van Vaalen stellen zich niet herkiesbaar.
Het bestuur stelt kandidaat F. F. J. Gaillard, dr. J. van Lint en mw. M. Meeder.
f. Vaststelling van de contributie 1989/1990. Het bestuur stelt voor de contributie vast te stellen op *f* 55,–.
10.30-16.30 uur: **Themagedeelte** (studiedag)
16.30-17.00 uur: **Huishoudelijk Gedeelte**
g. Rondvraag.
h. Sluiting.

Aanmelding

De studiedag is gratis voor leden, van niet-leden wordt een bijdrage in de kosten van *f* 15,– gevraagd.
Ter gelegenheid van de studiedag verschijnt een publikatie die naar allen, die zich hebben opgegeven, zal worden gestuurd.

Aanmelding (voor 20-10-88) kan geschieden door middel van:
– een briefkaart (leden) aan de ledenadministratie;
– overmaking van *f* 15,– naar giro 143917, t.n.v. N.V.v.W. te Amsterdam, onder vermelding van 'lunch lid';
– overmaking van *f* 15,–, onder vermelding van 'deelnemer niet-lid';
– overmaking van *f* 30,– onder vermelding van 'lunch niet-lid';
– ter plaatse aanmelden kan, de prijzen zijn dan *f* 5,– hoger.

Vegetarische lunch

Wie prijs stelt op een vegetarische lunch wordt verzocht dit bij de aanmelding op te geven.
Er zijn geen extra kosten aan verbonden.

▶ Programma Studiedag

Het programma van de studiedag staat in het teken van de vernieuwingen in het wiskundeonderwijs zoals bij wiskunde 12/16 en HAWEX. Er zijn drie lezingen met tegelijkertijd werkgroepen voor de overige deelnemers.

Programma

10.30-10.45 uur: **Inleiding op de studiedag**
10.45-11.00 uur: Pauze, koffie, inschrijven op de groepen
11.00-12.15 uur: **Lezing:** wiskunde 12/16, zo'n kans krijg je nooit meer.
George Schoemaker
daarnaast de werkgroepen 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8
12.15-13.30 uur: Lunch
13.30-14.45 uur: **Lezing:** Hawex, zuivere koffie of thee met witte puntjes?
Martin Kindt
daarnaast de werkgroepen 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12
14.45-15.00 uur: Pauze, koffie, thee
15.00-16.15 uur: **Lezing:** Mediageniek wiskundeonderwijs. Heleen Verhage
daarnaast de werkgroepen 9, 10, 11, 12, 1, 2, 3, 4

Naast de lezingen zijn er werkgroepen waarvoor een tijd van 75 minuten is uitgetrokken. De lezingen zullen in het algemeen wat korter duren. In totaal zijn er 12 verschillende werkgroepen. Elke werkgroep komt twee keer voor op het programma. Naast iedere lezing kunt U kiezen uit acht verschillende werkgroepen.
We verwachten dat de meeste deelnemers aan de studiedag zullen meedoen met twee werkgroepen en één lezing zullen volgen. Het staat de deelnemers vrij alleen maar lezingen te volgen of alleen maar werkgroepen of twee lezingen en één werkgroep.
Er zal een beetje gereguleerd moeten worden om te voorkomen dat werkgroepen onwerkbaar groot worden. Daartoe hanteren we een intekening op de werkgroepen met een bovengrens.

De werkgroepen:
1 Hawex. Tabellen, grafieken en formules bij wiskunde A.
2 Hawex. Wiskunde B: kijken en denken.
3 Veranderen is mensenwerk. Het wiskundeonderwijs is aan het veranderen. Ik wil weten wat er op me af komt. Kan ik alvast wat doen?
4 Aspecten uit buitenlandse methodes.
5 Rekenen, een inhaalmanoeuvre, inpeperen of gewoon je verlies nemen?
6 Op de rand, een context met rijke wiskunde uit andere landen en andere tijden.
7 De computer bij het leren werken met variabelen, een gevaarlijke stap op weg naar een computerafhankelijke didactiek.
8 Het weer, bijna ieder gesprek begint erover, moet dat nu ook in de wiskundeles of is het een prima context voor ruimtemeetkunde en functies?
9 Grafen, niet omdat 't mode is maar omdat 't wat voorstelt.
10 In de bocht, met een video-opname van leerlingen die een probleem oplossen. Wordt ingezet bij de nascholing.
11 Meetkunde met perspectief. Produkties geven vaak een klein stukje met aardige activiteiten te zien. Er zijn ook lange lijnen die weer passen in een netwerk.
12 IBO een aparte stam in een ver werelddeel? Ontmoeten de ontdekkingsreizigers elkaar?

Meer informatie

In september 1988 ontvangen alle wiskundesecties van scholen voor v.o. een uitnodiging voor de studiedag.
Wie zich tijdig aanmeldt, ontvangt vóór de studiedag een programmaboekje met meer informatie over de werkgroepen.

▶ Betaling Contributie

In augustus ontvangen alle leden gratis een acceptgiro ter betaling van de contributie (*f* 55,–; *f* 37,50) voor het nieuwe verenigingsjaar.
Ruim 90% van de leden betaalt op korte termijn. De overige leden moeten opnieuw worden aangeschreven. Het opsporen en (herhaald) aanschrijven kost veel geld. Daarom verzoekt het bestuur deze leden **voor 1 november** hun contributie te betalen. Voor degenen die toch aangeschreven moeten worden zullen de **kosten** per aanschrijving ***f* 2,50** bedragen.
Als op 1 mei de contributie over het lopende verenigingsjaar nog niet voldaan is, zal ***f* 10,–** extra aan **kosten** in rekening gebracht moeten worden.
Opzeggingen dienen te geschieden **voor 1 juli.** Tussentijdse opzeggingen zijn niet mogelijk.

De Penningmeester

Mededeling

In de week van 19-23 september 1988 zal dr. S. Garfunkel (VS), op uitnodiging van het Centrum voor Wiskunde en Informatica (CWI) te Amsterdam en het Wiskundig Genootschap, een bezoek aan ons land brengen, waarbij hij een aantal presentaties zal geven van educatief video-materiaal op het gebied van de wiskunde. Het niveau ligt ongeveer op dat van de hoogste klas VWO. Dr. Garfunkel, van huis uit een logicus, houdt zich al bijna twintig jaar bezig met educatieve aspecten van de wiskunde. Vanaf 1980 is hij directeur van COMAP (Consortium for Mathematics and its Applications) en heeft sindsdien een groot aantal videofilms gemaakt, gesponsord door de Annenbergh Foundation.

De presentaties worden gehouden op de volgende plaatsen en tijden (steeds 16.00-18.00 uur):

maandag 19 september Zwolle, Chr. Hogeschool Windesheim, Campus 2-6

dinsdag 20 september Rotterdam, City College Emmaus Franciscus, Beukelsdijk 91

woensdag 21 september Eindhoven, Auditorium Technische Universiteit, collegezaal 6

vrijdag 23 september Amsterdam, CWI, Kruislaan 413

De eerste drie presentaties zijn bedoeld voor leraren VWO, de laatste voor lerarenopleiders.

Nadere informatie is te krijgen bij: dr. H. M. Nieland (CWI, tel. 020-5924092) of drs. J. W. Maassen (Wiskundig Genootschap, tel. 070-68 79 98).

Oproep aan lbo-leraren

Vacature in de adviescommissie (ACD) wiskunde C-programma

Omdat een lid van de ACD plotseling een betrekking krijgt bij het mto is er een vacature ontstaan. Er is dringend behoefte aan een ervaren wiskundeleraar uit het lbo (bij voorkeur lto) om mee te werken aan de constructie van examenconcepten (4 taakuren).

Gelieve contact op te nemen met drs. G. Bakker, tel. 085-52 13 60, p/a Cito, Nieuwe Oeverstraat 65, 6801 MG Arnhem.

Recreatie

Nieuwe opgaven met oplossingen en correspondentie over deze rubriek aan Dr. P. G. J. Vredenduin, Dillenburg 148, 6865 HN Doorwerth.

593. In 590 hebben we gezien dat door iteratie van een bepaald voorschrift (i.c. $x \to (1 + r)x - \frac{r}{p}x^2$) het mogelijk is dat het resultaat tot een limiet nadert, maar ook dat het proces nadert tot een oscillatie tussen twee waarden.

Een opgave waarin een soortgelijk verschijnsel optreedt, is de volgende.

Gegeven is de uitspraak:

in deze zin komen . . cijfers 0, . . cijfers 1, . . cijfers 2, . . cijfers 3, . . cijfers 4, . . cijfers 5, . . cijfers 6, . . cijfers 7, . . cijfers 8 en . . cijfers 9 voor.

Vul op de plaats van de stippen getallen in zo dat een ware uitspraak ontstaat.

We gaan als volgt te werk. Vul in het wilde weg op de tien open plaatsen getallen in. Bijv.

1 7 2 1 4 1 5 1 2 1 (serie x_0)

Voor het invullen kwamen in de zin de cijfers 0, 1, 2, . . ., 9 elk één keer voor. Na het invullen zijn deze aantallen resp. geworden:

1 6 3 1 2 2 1 2 1 1 (serie x_1)

Vul nu op de open plaatsen de getallen van serie x_1 in. Dan worden de aantal keren dat 0, 1, 2, . . ., 9 in totaal voorkomen resp.

1 6 4 2 1 1 2 1 1 1 (serie x_2)

Enz. Hoe loopt dit proces af?

Het is niet moeilijk dit te zien. Gevraagd wordt echter een overzicht te geven over alle mogelijke eindresultaten die een dergelijk proces kan hebben.

594. Op het schaakbord is een onderkoning een stuk dat zich alleen in horizontale en in verticale richting bij elke zet één vak mag verplaatsen. Komt hij daarbij in een vak waarin zich een vijandelijk stuk bevindt, dan mag hij dit slaan.

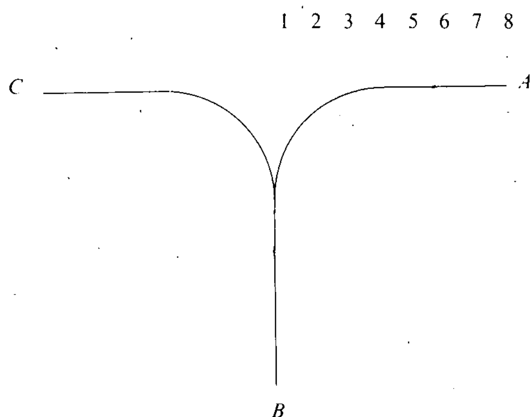
Een hofdame mag zich alleen in diagonaalrichting één vak verplaatsen en daarbij eventueel slaan. Een andere benaming voor hofdame, die soms gebruikt wordt, is klaploper.

a Op het schaakbord bevinden zich twee stukken: een witte onderkoning op a1 en een zwarte op h8. Wit is aan zet. Hoe loopt het spel af?

b Dezelfde vraag voor een witte hofdame op a1 en een zwarte op h8.

c Gevraagd wordt ten slotte het geval van een witte koning op a1 en een zwarte op h8 op analoge wijze te behandelen.

● Oplossingen ● ● ●



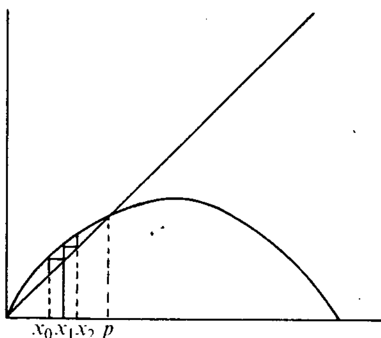
589. Acht wagons, genummerd 1, 2, . . ., 8, worden van A via B naar C gerangeerd. Op hoeveel manieren is dat mogelijk?
Een mogelijke manier is: breng eerst 4 wagons van A naar B, dan 2 van B naar C, 1 van A naar B, 2 van B naar C, 3 van A naar B, 4 van B naar C. Resultaat 43528761.
Een transport van a wagons van A naar B noteren we ar, een transport van c wagons van B naar C noteren we cb. Ons transport is dan 4r, 2b, 1r, 2b, 3r, 4b.
Dit transport kunnen we in eèn diagram weergeven. Teken een bord met 9 maal 9 vierkante velden. Begin in het veld links-onder. Ga eerst 4 naar rechts, dan 2 naar boven, 1 naar rechts, 2 naar boven, 3 naar rechts, 4 naar boven. Je komt dan in het veld rechts-boven.
Het aantal manieren waarop het transport uitgevoerd kan worden is nu gelijk aan het aantal wegen van links-onder naar rechts-boven in dit diagram waarbij de hoofddiagonaal niet gepasseerd wordt. Beginnen met naar rechts gaan.

								1430
							429	1430
						132	429	1001
					42	132	297	572
				14	42	90	165	275
			5	14	28	48	75	110
		2	5	9	14	20	27	35
	1	2	3	4	5	6	7	8
start	1	1	1	1	1	1	1	1

Een getal in een hokje is verkregen door optellen van de twee getallen eronder en links ervan (voorzover aanwezig). Het aantal manieren waarop het hokje rechts-boven bereikt kan worden, is blijkbaar 1430. Dan is dit het aantal mogelijke permutaties van 1, 2, . . ., 8 die resultaat van de bewerking zijn.
We starten nu in A met 1 2 3 . . . 14 15. Kan het resultaat in C worden 5 4 8 10 9 7 12 11 6 3 15 14 13 2 1?
Breng eerst 1 2 3 4 5 naar B. Deze zullen in omgekeerde volgorde, dus in volgorde 5 4 3 2 1, in C voorkomen. Dat klopt. Nu 5 4 naar C. Dan 6 7 8 naar B. Deze zullen in de volgorde 8 7 6 in A voorkomen en wel met 8 direct rechts van 4. Klopt. Dan 8 naar C en 9 10 naar B. Deze zullen in volgorde 10 9 in C komen met 10 direct rechts van 8. Klopt. 11 12 naar B, 12 11 6 3 naar C, 13 14 15 naar B en 15 14 13 2 1 naar C. De gegeven permutatie kan dus bereikt worden.
Uit dit voorbeeld blijkt hoe men algemeen kan nagaan of een bepaalde permutatie wel of niet bereikt kan worden.

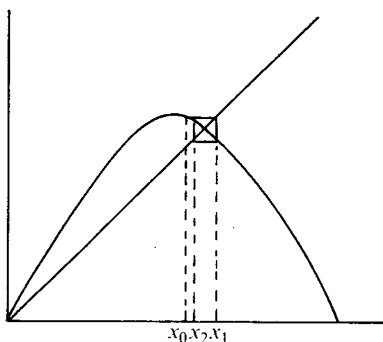
590. Gevraagd werd wat er gebeurt als men uitgaat van een beginwaarde x_0, het beeld zoekt bij $x \to (1 + r)x - \frac{r}{p}x^2$ $(r > 0)$ en dit proces itereert.
We beschouwen de grafiek van $y = (1 + r)x - \frac{r}{p}x^2$. Deze grafiek is een parabool met top $\left(\frac{(r+1)p}{2r}, \frac{(r+1)^2p}{4r}\right)$. In figuur 1 en 2 is deze parabool in twee gevallen getekend. Links ligt de top onder de lijn $y = x$, rechts erboven.

Het begin van het iteratieproces is links getekend. Elke x is gelijk aan de voorgaande waarde van y. Begin in x_0, ga naar boven naar de parabool, dan naar rechts naar de lijn $y = x$ en weer naar beneden. Zo zorg je ervoor dat $x_1 = y_0$. Zo voortgaande krijg je een stijgende rij waarden van x die als limiet p heeft.



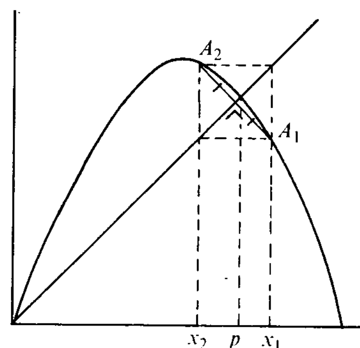
Figuur 1

Rechts ga je analoog te werk. Nu liggen $x_0, x_1, x_2, \ldots$ beurtelings links en rechts van p.
De top ligt onder de lijn $y = x$ als
$\frac{(r+1)p}{2r} > \frac{(r+1)^2 p}{4r}$
dus als $r < 1$. Hij ligt boven $y = x$, als $r > 1$.
Voor $r < 1$ krijgen we dus stijgend tot p naderen, voor $r > 1$ oscillerend. Tenzij ...
Bij $r = 2{,}3$ was de limiet niet p, maar bleef de functiewaarde heen en weer springen tussen twee waarden. Hoe is dit te verklaren?



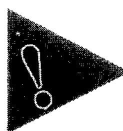
Figuur 2

Noodzakelijk hiervoor is dat er twee punten, A_1 en A_2, op de parabool zijn waarvoor $x_2 = y_1$ en $x_1 = y_2$. Deze situatie is in figuur 3 getekend. Dit treedt op als de afgeleide in p kleiner is dan -1. Dus als $1 + r - 2\frac{r}{p} \cdot p < -1 \Leftrightarrow r > 2$
Nu zal als x in de buurt van p ligt, niet x steeds dichter bij p komen, maar juist x zich van p verwijderen. Enerzijds zal x steeds dichter bij x_1 komen en tot x_1 naderen, anderzijds tot x_2.
Ten slotte: als de y-coördinaat van de top groter is dan de x-coördinaat van het rechter nulpunt, dus als $y_{top} > 2x_{top}$, gebeuren er ongelukken. Dan zal het punt op de parabool op een gegeven ogenblik rechts van het rechter nulpunt komen en zal het een negatieve y-coördinaat krijgen. Wiskundig kan men nu doorgaan, maar voor de praktijk heeft dat geen betekenis meer.
Tussen 2 en 3 kan er nog een heleboel geks gebeuren. Wie meer hierover te weten wil komen, kan nalezen hoofdstuk 16 van Douglas R. Hofstadter, *Metamagical Themas*, Bantam Books, Toronto etc.



Figuur 3

591. f is een niet-constante functie van $\mathbb{R}$ naar $\mathbb{R}$ waarvoor
$\forall x,y$: $(f(x+y))^2 = f(x^2) + f(y^2)$
Hieruit volgt:
$(f(0))^2 = 2f(0)$
$f(0) = 0 \vee f(0) = 2$
a Onderstel $f(0) = 0$. Kies $y = -x$. We zien dan dat voor elke x:
$(f(x + -x))^2 = f(x^2) + f((-x)^2)$
waaruit volgt dat $f(x^2) = 0$.
Dus:
$(f(x))^2 = (f(2x + -x))^2 = f(4x^2) + f(x^2) = 0$
Waaruit we zien dat voor elke x geldt $f(x) = 0$. De functie is dan constant.
b Onderstel $f(0) = 2$.
Wegens
$(f(x + -x))^2 = f(x^2) + f((-x)^2)$
geldt dan $2^2 = 2f(x^2)$, dus $f(x^2) = 2$.
Nu nog de negatieve waarden van x. Algemeen geldt:
$(f(-x))^2 = (f(2x + -x))^2 = f(4x^2) + f(x^2) = 4$
Zodat we nu weten dat voor elke negatieve x
$f(x) = 2 \vee (x) = -2$
In verband met het gegeven dat f niet constant is, kunnen we hier alleen uit concluderen dat voor minstens één negatieve x geldt: $f(x) = -2$.



Kalender

29 oktober 1988: Bilthoven, Jaarvergadering/Studiedag NVvW.
19 november 1988: 'Het Belgisch Wiskundig Genootschap richt te Brussel een contactdag in met de wiskundigen van het secundair onderwijs.
Nadere inlichtingen bij Prof. F. Bingen, DWIN-VUB, Pleinlaan 2, B-1050 Brussel, België en ook in het volgende nummer.
24 en 25 november 1988: Beekbergen, 2e Valoconferentie Wiskunde 12-16.
Aanmelding hiervoor bij H. Hesselink, Postbus 2061, 7500 CB Enschede.

Inhoud

Adressen van auteurs

N. J. M. Commandeur, Het weerslag 179, 7206 BZ Zutphen

M. C. van Hoorn, Postbus 9025, 9703 LA Groningen

Ir. H. M. Mulder, Geersbroekseweg 27, 4851 RD Ulvenhout

G. Schoemaker, De Dissel 11, 1251 ZA Laren